

# Семинар 1. Сортировки и бинарный поиск

Tinkoff Generation, С, 2021

09.10.2021

## 1 Пакман

Игровое поле представляет собой клетчатую полосу  $1 \times n$ . В некоторых клетках находятся пакманы, в некоторых клетках — звёздочки, остальные клетки пусты.

Пакман может перемещаться в соседнюю клетку за 1 единицу времени. Если в клетке находится звёздочка, то пакман в момент перемещения в эту клетку и съедает звёздочку. Пакман съедает звёздочку мгновенно.

В начальный момент времени все пакманы начинают двигаться. Каждый из пакманов может неограниченное количество раз менять направление движения, но не должен выходить за пределы игрового поля. Пакманы не создают помех движению других пакманов; в одной клетке может находиться произвольное количество пакманов, движущихся в произвольных направлениях.

Ваша задача — определить минимально возможное время, за которое пакманы смогут съесть все звёздочки.

Считайте, что длина игрового поля может быть до  $10^5$ .

## 2 Ставки

У матча по квиддичу есть три исхода — победа первой команды, победы второй команды и ничья. На любой из этих исходов можно сделать ставку с некоторым коэффициентом. Пусть для победы 1-й коэффициент составляет  $k_1$ , для победы второй  $k_2$ , для ничьей  $k_3$ . Если на первый исход поставили сумму  $a$ , то в случае победы 1-й команды вы получите обратно сумму  $k_1 a$ , иначе поставленная сумма не будет возвращена.

У вас есть 1000 галлеонов, вы хотите распределить их на ставки по каждому из 3-х исходов. Ваша цель — поставить на каждый исход  $a$ ,  $b$  и  $c$  галлеонов соответственно, чтобы гарантированная сумма, которая будет возвращена, была максимальной. Иными словами, чтобы в самом худшем из трех исходов получить назад как можно больше.

Предложите оптимальный алгоритм, который найдет по трем коэффициентам максимальную гарантированную сумму возврата.

## 3 Точки в круге

Дана прямая  $y = 0$  и  $n$  точек на плоскости, координаты  $i$ -й точки  $(x_i, y_i)$ . Требуется построить окружность минимального радиуса, которая касалась бы прямой  $y = 0$  и содержала бы внутри или на границе все  $n$  точек. Найти координату центра или сказать, что окружность построить нельзя.

## 4 Инфляция

У вас есть статистика роста цен товара в виде массива из  $n$  положительных целых чисел  $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$ ,  $p_0$  — начальная цена товара,  $p_i$  — насколько подорожал товар за  $i$ -й месяц.

Используя эти данные, вам нужно посчитать коэффициенты инфляции для каждого месяца как отношение текущего подорожания  $p_i$  к цене товара на начало месяца  $(p_0 + p_1 + \dots + p_{i-1})$ .

Сверху вам явно дали понять, что коэффициенты инфляции не должны превышать  $k\%$ , поэтому вы решили увеличить некоторые  $p_i$  таким образом, что все получившиеся  $p_i$  все еще целые, а коэффициенты инфляции каждый месяц не будут превосходить  $k\%$ .

Разумеется, чем изменения сильнее, тем очевиднее обман. Поэтому ваша задача — минимизировать сумму изменений.

Какую наименьшую сумму изменений нужно сделать, чтобы коэффициенты инфляции не превосходили  $k\%$ ?

## 5 Самый низкий уровень

В некоторой компьютерной игре игрок управляет героем, который характеризуется одним целочисленным параметром — силой. Герою предстоит побеждать монстров, каждый из которых также характеризуется одним целочисленным параметром — бронёй.

На текущем уровне перед героем  $n$  пещер. Чтобы пройти уровень, герою нужно зайти во все пещеры в некотором порядке, в каждую ровно один раз, и выйти из каждой целым и невредимым. Когда герой зайдёт в пещеру  $i$ , ему придётся подраться с  $k_i$  монстрами по очереди — сначала с монстром с бронёй  $a_{i,1}$ , потом с монстром с бронёй  $a_{i,2}$  и так далее, в конце с монстром с бронёй  $a_{i,k_i}$ .

Герой может победить монстра только в том случае, если сила героя строго больше брони монстра. Если герой не может победить монстра, с которым он дерётся, игра заканчивается и игрок проигрывает. Обратите внимание, что как только герой зашёл в пещеру, он не может из неё выйти, пока не подерётся со всеми монстрами в ней, причём именно в заданном порядке.

Каждый раз, когда герой побеждает монстра, сила героя увеличивается на 1.

Найдите минимальную необходимую силу, с которой герой должен начать уровень, чтобы иметь возможность зайти во все пещеры по одному разу в некотором порядке и победить всех монстров.