

## Теория игр

### А. Функция Гранди

2 секунды, 256 мегабайт

Дан ориентированный ациклический граф. Посчитайте функцию Гранди для каждой стартовой вершины.

#### Входные данные

На первой строке будут даны числа  $n$  и  $m$  — количество вершин и рёбер в графе ( $1 \leq n, m \leq 100\,000$ ). На следующих  $m$  строках содержится по два числа  $x$  и  $y$  ( $1 \leq x, y \leq n$ ).

Учтите, что в графе могут быть кратные рёбра.

#### Выходные данные

Выведите  $n$  чисел — значение функции Гранди для каждой стартовой вершины.

входные данные
3 3
1 2
2 3
1 3
выходные данные
2
1
0

входные данные
2 1
2 1
выходные данные
0
1

### В. Ферзя в угол

1 секунда, 64 мегабайта

{64 мегабайта}

В левом нижнем углу доски  $M \times N$  стоит ферзь. Двое игроков по очереди ходят ферзем, перемещая его на любое число клеток по вертикали вверх, по горизонтали вправо, или по диагонали вправо-вверх. Выигрывает тот, кто поставит ферзя в правый верхний угол доски. Определите, какой из игроков имеет выигрышную стратегию. Гарантируется, что нужно сделать хотя бы один ход.

#### Входные данные

На вход программе подается два натуральных числа  $M$  и  $N$ , не превосходящих 100.

#### Выходные данные

Программа должна вывести номер игрока (1 или 2), который имеет выигрышную стратегию.

входные данные
3 4
выходные данные
1

### С. Малыш и Карлсон

0.5 секунд, 256 мегабайт

На свой День рождения Малыш позвал своего лучшего друга Карлсона. Мама испекла его любимый пирог прямоугольной формы  $a \times b \times c$  сантиметров. Карлсон знает, что у Малыша еще есть килограмм колбасы. Чтобы заполучить ее, он предложил поиграть следующим образом: они по очереди разрезают пирог на две ненулевые по объему прямоугольные части с целыми измерениями и съедают меньшую часть (в случае, когда части равные, можно съесть любую). Проигрывает тот, кто не может сделать хода (то есть когда размеры будут  $1 \times 1 \times 1$ ). Естественно, победителю достается колбаса.

Малыш настаивает на том, чтобы он ходил вторым.

Помогите Карлсону выяснить, сможет ли он выиграть, и если сможет — какой должен быть его первый ход для этого.

Считается, что Малыш всегда ходит оптимально.

#### Входные данные

Во входном файле содержится 3 целых числа  $a, b, c$  ( $1 \leq a, b, c \leq 5\,000$ ) — размеры пирога.

#### Выходные данные

В случае, если Карлсон не сможет выиграть в Малыша, выведите NO. В противном случае в первой строке выведите YES, во второй — размеры пирога после первого хода Карлсона в том же порядке, что и во входном файле.

входные данные
1 1 1
выходные данные
NO

входные данные
1 2 1
выходные данные
YES
1 1 1

входные данные
1 1 10
выходные данные
YES
1 1 7

### Д. Ретроанализ для маленьких

2 секунды, 256 мегабайт

Дан ориентированный весёлый граф из  $n$  вершин и  $m$  ребер. Оля и Коля играют в игру. Изначально фишка стоит в вершине  $i$ . За ход можно передвинуть фишку по любому из исходящих ребер. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Ваша задача — для каждой вершины  $i$  определить, кто выиграет при оптимальной игре обоих.

#### Входные данные

Входные данные состоят из одного или нескольких тестов. Каждый тест содержит описание весёлого ориентированного графа. Граф описывается так: на первой два целых числа  $n$  ( $1 \leq n \leq 300\,000$ ) и  $m$  ( $1 \leq m \leq 300\,000$ ). Следующие  $m$  строк содержат ребра графа, каждое описывается парой целых чисел от 1 до  $n$ . Пара  $a b$  обозначает, что ребро ведет из вершины  $a$  в вершину  $b$ . В графе могут быть петли, могут быть кратные ребра. Сумма  $n$  по всем тестам не превосходит 300 000, сумма  $m$  по всем тестам также не превосходит 300 000.

#### Выходные данные

Для каждого теста выведите для каждой вершины FIRST, SECOND или DRAW в зависимости от того, кто выиграет при оптимальной игре из этой вершины. Ответы к тестам разделяйте пустой строкой.

входные данные
5 5 1 2 2 3 3 1 1 4 4 5 2 1 1 2 4 4 1 2 2 3 3 1 1 4
выходные данные
DRAW DRAW DRAW FIRST SECOND
FIRST SECOND
FIRST FIRST SECOND SECOND

## Е. Ним в поддавки

1 секунда, 256 мегабайт

Всем вам хорошо известна игра ним: на столе лежит кучка из  $a$  камней, своим ходом можно взять из неё любое число камней от 1 до  $a$ . Однако, эта игра необычная: если обычно игрок, который не может сделать ход, проигрывает, здесь всё наоборот — игрок, который не может сделать ход.

Как и в привычном вам варианте игры, на столе лежит не одна кучка камней, а  $n$ . Каждый игрок своим ходом может взять из любой кучки любое число камней. Вам нужно определить, кто победит в этой игре.

### Входные данные

В первой строке задано целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ ). Во второй строке заданы размеры кучек  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 1000$ ).

### Выходные данные

В единственной строке выведите «FIRST», если победит первый игрок, или «SECOND», если победит второй.

входные данные
2 1 2
выходные данные
FIRST

входные данные
1 1
выходные данные
SECOND

входные данные
2 9 4
выходные данные
FIRST

## Ф. Шоколадка

1 секунда, 256 мегабайт

Двое играют в такую игру: перед ними лежит шоколадка размера  $N \times M$ . Игроки ходят по очереди. За ход разрешается разломить любой имеющийся кусок шоколадки на два куска, при этом запрещено ломать куски размером не больше, чем  $1 \times S$  (то есть нельзя ломать куски, у которых один размер равен одному, а другой не превосходит  $S$ ). Куски можно поворачивать. Ломать куски можно только вдоль линий на шоколадке, то есть после разлома размеры кусков должны являться натуральными числами. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

### Входные данные

В единственной строке заданы три числа:  $N, M$  и  $S$  ( $1 \leq N, M, S \leq 100$ ).

### Выходные данные

Выведите одно число 1 или 2 в зависимости от того, какой из игроков выиграет.

входные данные
2 2 1
выходные данные
1

## Г. Конфетки

2 секунды, 64 мегабайта

После разгромной победы Директора ЛКШ руководитель физической школы сдался и отпустил Деда Мороза к нам. Но ради интереса предложил сразиться ЛФШатам и ЛКШатам в еще одной непростой игре.

В каждой игре участвует один из вас и один ЛФШонок, а ходите вы по очереди. В кучку перед вами кладется  $N$  вкусных конфеток. На каждом ходе игрок может съесть от 1 до  $K$  конфеток (больше нельзя — много сладкого вредно даже в Новый Год), но при этом не больше, чем взял его противник на предыдущем ходе (не будем жадничать, мы же добрые). Второго ограничения нет лишь для первого хода каждой игры. Проигрывает тот, кому не осталось конфеток.

У нас возникли подозрения, что директор ЛФШ специально подобрал такие  $N$  и  $K$ , чтобы ЛКШата никогда не смогли выиграть. Мы надеемся, что это не так, и очень просим вас проверить это.

### Входные данные

Во входном файле записаны через пробел два целых числа —  $N$  ( $1 \leq N \leq 500$ ) и  $K$  ( $1 \leq K \leq 100$ ).

### Выходные данные

В выходной файл выведите минимальное число конфет, которое должен съесть ЛКШонок первым ходом, чтобы выиграть при оптимальной игре ЛФШонка, либо 0, если даже самый умный из нас не сможет одолеть идеального играющего противника.

входные данные
7 3
выходные данные
1

## Н. Огромный ним

2 секунды, 64 мегабайта

Петя и Вася играют в ним, но не простой, а просто огромный. У них есть очень много кучек камней. Кучки разделены на  $n$  групп. Группа  $i$  состоит из кучек размеров от  $l_i$  до  $r_i$  включительно.

Помогите ребятам понять, кто выиграет при оптимальной игре

### Входные данные

Первая строка входного файла содержит число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ), следующие  $n$  строк содержат пары чисел  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^{18}$ ).

### Выходные данные

Если первый игрок проигрывает, выведите Lose, если выигрывает — выведите в первой строке Win, а во второй строке — любой выигрышный ход для первого игрока. Ход задается размером кучки до хода и после него.

<b>входные данные</b>
1 1 10
<b>выходные данные</b>
Win 8 3

<b>входные данные</b>
2 2 5 2 5
<b>выходные данные</b>
Lose

## I. Северус Снейп

2 секунды, 512 мегабайт

Армия Пожирателей Смерти наступает на Хогвартс. Тёмным лордом были назначены два её руководителя — Люциус Малfoy и Антонин Долохов.

- Люциус руководит армией днём и водит армию по дорогам.
- Антонин руководит армией ночью и совершает манёвры по секретным тропам.

Каждый лидер перед маршем спрашивает дорогу у Северуса Снейпа. Северус, будучи ОЙ СПОЙЛЕР тайным агентом Дамблдора, хочет задержать наступление тёмных сил.

Карта дорог известна Люциусу. Аналогично, карта секретных троп известна Антонину. Поэтому Северусу не удастся их так просто обмануть — он должен каждый раз выбрать переход так, что минимальное расстояние между Хогвартсом и войском по соответствующей карте строго уменьшилось.

Вы знаете карту дорог и троп вместе с их длинами. Помогите Северусу как можно дольше (желательно, бесконечно) вести армию на Хогвартс.

### Входные данные

В первой строке вводятся три целых числа  $n$  ( $2 \leq n \leq 1000$ ),  $s$  и  $t$  ( $s \neq t; 1 \leq s, t \leq n$ ) — количество вершин, номер вершины текущего расположения армии и номер вершины с Хогвартсом.

Далее идут описания карты Люциуса и карты Антонина.

Первая строка описания карты содержит число  $m$  — количество дорог или троп соответственно ( $1 \leq m \leq 10^5$ ). Каждая из следующих  $m$  строк содержит 3 целых числа  $a, b$  и  $w$  — описывающих дорогу/тропу между вершинами  $a$  и  $b$  с указанием длины  $w$  ( $1 \leq w \leq 10^6$ ).

### Выходные данные

Выведите общую длину пути (вдоль дорог и троп), который Северус заставит пройти армию. Если он может заставить армию ходить вечно, то выведите -1.

Гарантируется, что из любой вершины армия Пожирателей Смерти может дойти до Хогвартса.

### входные данные

```
5 1 5
5
1 2 2
1 4 2
2 3 1
3 4 1
5 3 1
4
1 2 2
2 4 2
2 3 1
2 5 2
```

### выходные данные

```
-1
```

### входные данные

```
3 1 3
4
1 2 10
2 3 10
1 3 20
2 3 30
4
2 1 10
1 3 10
1 1 10
2 3 10
```

### выходные данные

```
20
```

Задача стоит **5 баллов**.

## J. Иванушка-дурачок против Змея Горыныча

2 seconds, 256 megabytes

В тридевятиом царстве, в тридесятом государстве... Итак, начнем с того момента, как Иванушка-дурачок встретил Змея Горыныча. Достал Иванушка меч-кладенец, и началась у них битва. Сначала у Змея Горыныча было  $h$  голов и  $t$  хвостов. Каждым ударом меча Иванушка может отрубить либо несколько голов (от 1 до  $n$ , но не больше, чем голов у Горыныча в данный момент), либо несколько хвостов (от 1 до  $m$ , но не больше, чем хвостов у Горыныча в данный момент). При этом (о, ужас!) у Змея Горыныча могут вырастать новые головы и хвосты. Причем количество вырастающих голов и хвостов однозначно определяется в зависимости от количества голов или хвостов, отрубленных очередным ударом. Когда суммарное количество голов и хвостов станет строго больше  $R$ , Змей Горыныч нанесет свой решающий удар и повергнет Иванушку-дурачка. Поэтому Иванушка стремится как можно быстрее отрубить все головы и хвосты Змею и победить. Возможен и третий вариант развития событий: ни один из противников не сможет одолеть другого и они будут сражаться бесконечно.

Скоро сказка сказывается, да нескоро дело делается. Ваша задача — написать программу, определяющую исход битвы. Учтите, что Иванушка-дурачок наносит удары последовательно. После каждого удара у Горыныча вырастают новые головы и хвосты в зависимости от количества отрубленных. Змей Горыныч считается побежденным, если после очередного удара он лишается всех голов и хвостов и у него не вырастают новых. Иванушка сражается оптимально (дурачкам везет!), т.е.

- если Иванушка может победить, он побеждает за наименьшее количество ударов;
- если победить Горыныча невозможно, но можно бесконечно долго сопротивляться ему, то Иванушка выбирает именно эту стратегию;
- если победу в любом случае одержит Змей Горыныч, Иванушка стремится сопротивляться ему как можно дольше.

### Входные данные

В первой строке содержатся три целых числа  $h, t$  и  $R$  ( $0 \leq h, t, R \leq 200, 0 < h + t \leq R$ ) — изначальные количества голов и хвостов у Змея Горыныча и наибольшее суммарное количество голов и хвостов, при котором Змей Горыныч еще не переходит в наступление. В следующей строке содержится целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 200$ ). Следующие  $n$  строк содержат пары неотрицательных целых чисел « $h_i t_i$ » — количество голов и количество хвостов соответственно, которые вырастут, если Горынычу отрубить  $i$  голов ( $1 \leq i \leq n$ ). В следующей строке содержится целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 200$ ) и затем — описание поведения Горыныча при отрубании хвостов в формате, аналогичном описанному выше. Все числа во входном файле не превосходят 200.

#### Выходные данные

В первой строке выведите «Ivan» (без кавычек), если победит Иванушка, или «Zmey», если победит Змей Горыныч. Во второй строке выведите единственное целое число — количество ударов, нанесенных Иванушкой. Если битва будет продолжаться бесконечно, выведите в первой строке «Draw».

входные данные
2 2 4
2
1 0
0 1
3
0 1
0 1
0 0

выходные данные
Ivan
2

входные данные
2 2 4
1
0 1
1
1 0

выходные данные
Draw

входные данные
2 2 5
1
1 1
1
3 0

выходные данные
Zmey
2