Задача A. Разложение на множители

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

64 мегабайта

Дано число. Требуется разложить его на простые множители.

Формат входных данных

Вводится число N $(2 \leqslant N \leqslant 10^9)$.

Формат выходных данных

Выведите через пробел разложение на простые множители в порядке возрастания множителей.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
17	17
60	2 2 3 5

Задача B. Диофантово уравнение

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны натуральные числа a, b и c. Решите в целых числах уравнение $ax+by=c$. Среди множества решений следует выбрать такое, где x имеет наименьшее неотрицательное значение.

Формат входных данных

Входной файл содержит три целых числа a и b и c ($1 \leqslant a, b, c \leqslant 10^4$).

Формат выходных данных

В выходной файл выведите искомые x и y через пробел. Если решения не существует, выведите одну строку «`Impossible`».

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 3	1 1

Задача C. Китайская теорема

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Решите в целых числах систему уравнений

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod n \\ x \equiv b \pmod m, \end{cases}$$

где n и m взаимно просты. Среди решений следует выбрать наименьшее неотрицательное число.

Формат входных данных

Входной файл содержит четыре целых числа a, b, n и m ($1 \leqslant n, m \leqslant 10^6$, $0 \leqslant a < n$, $0 \leqslant b < m$).

Формат выходных данных

В выходной файл выведите искомое наименьшее неотрицательное число x.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 0 2 3	3
3 2 5 9	38

Задача D. Система линейных сравнений

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	4 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

256 мегабайт

Дана система из двух линейных сравнений:

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod{n}, \\ x \equiv b \pmod{m}; \end{cases}$$

где числа n и m не обязательно взаимно простые. Решите эту систему или определите, что она не имеет решений.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано единственное число $1 \leqslant t \leqslant 100\,000$. В следующих t строках содержатся по четыре целых числа a, b, n, m, задающих одну систему сравнений. Все числа не превосходят по модулю 10^4, $n > 1$, $m > 1$.

Формат выходных данных

Программа должна вывести t строк, по одной на каждую систему.

В случае, если система не имеет решений, выведите строку “`NO`”.

В случае, если решение есть, то необходимо вывести слово “`YES`” и два таких числа x_0 и p, $0 \leqslant x < p$, такие, что множество чисел $x = x_0 + kp$, где k — произвольное целое число является решением данной системы.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод

`3`
`3 2 5 9`
`1 1 5 9`
`7 13 20 24`
	`YES 38 45`
	`YES 1 45`
	`NO`

Задача E. Обратное по модулю

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны два целых числа — a, m ($0 \leqslant a < m$). Нужно найти такое целое x, что $a \cdot x \equiv 1 \pmod{m}$.

Формат входных данных

На первой строке два целых числа — a, m ($0 \leqslant a < m \leqslant 10^{18}$).

Формат выходных данных

Если такого x не существует, выведите -1. Иначе выведите целое x ($0 \leqslant x < m$). Если ответов несколько, выведите любой.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
7 30	13

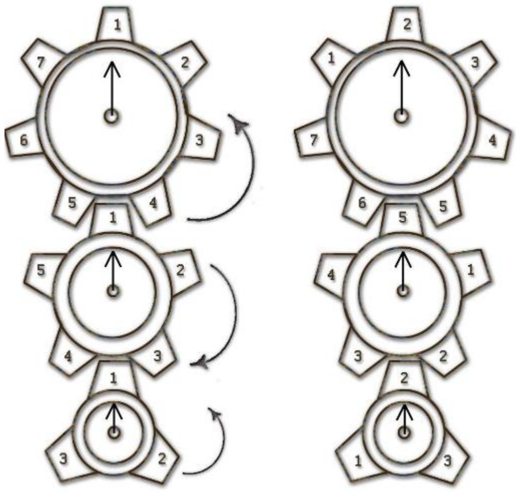
Задача F. Засекреченная переписка

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

На каждой из трех осей установлено по одному вращающемуся диску и неподвижному указателю (стрелке). Диски соединены последовательно. На первом диске n зубцов, на втором — m, на третьем — k. На каждом диске первого, второго и третьего диска по часовой стрелке написаны в порядке возрастания числа от 1 до n, от 1 до m и от 1 до k, соответственно. Неподвижные указатели зафиксировали таким образом, что когда указатель первой оси указывает на число, указатели двух других осей также указывают на числа. Вася записывает три числа (a_1, a_2, a_3), на которые показывают указатели. После этого он поворачивает первое колесо на угол $\frac{360^\circ}{n}$ против часовой стрелки, чтобы напротив указателя на первой оси оказался следующий (по часовой стрелке) зубец. При этом второе колесо поворачивается на угол $\frac{360^\circ}{m}$ по часовой стрелке (размеры зубцов у вращающихся колесиков одинаковые, поэтому размеры самих колесиков разные, чтобы на границе колесиков равномерно уложилось разное число одинаковых по размеру зубцов), а третье колесо поворачивается на угол $\frac{360^\circ}{k}$ против часовой стрелки. Вася снова записывает три числа, на которые указывают указатели.

Поступая и далее таким образом, Вася заметил, что после некоторого количества таких действий указатели показывают на три первоначальных числа.

Чтобы понять, как рассекречивать переписку, основанную на считывании данных с колесиков, Васе необходимо понять, как по двум данным тройкам чисел определить, принадлежат ли они к одной последовательности. Иначе говоря, можно ли целым количеством поворотов перейти от первой тройки ко второй. Вы, конечно, хотели бы помочь Васе и готовы написать программу, которая поможет ему получить ответ.



Формат входных данных

В первой строке содержится число T ($1 \leqslant T \leqslant 10$) — количество пар троек, которые хочет проверить Вася.

Во второй строке содержатся три числа n, m и k ($1 \leqslant n, m, k \leqslant 10^{18}$) — количества зубцов, соответственно, на первом, втором и третьем колесе.

В следующих $2 \cdot T$ строках записаны по три натуральных числа a_1, a_2, a_3 (первая тройка на одной строке), b_1, b_2, b_3 (вторая тройка на другой строке).

Гарантируется, что $1 \leqslant a_1, b_1 \leqslant n$, $1 \leqslant a_2, b_2 \leqslant m$, $1 \leqslant a_3, b_3 \leqslant k$.

Формат выходных данных

Для каждой пары троек выведите `YES`, если обе тройки принадлежат одной последовательности, и `NO` иначе.

Каждое слово должно быть в отдельной строке, в порядке, соответствующем входным данным.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 11 13 15 5 5 5 6 4 6 11 13 15 1 12 1 2 13 2 1 1 1	YES YES YES
2 2 2 2 1 1 1 1 1 2 1 1 1 2 2 2	NO YES
1 7 5 3 1 1 1 2 1 1	YES

Замечание

В первом примере в 1-й и 2-й парах вторая тройка получается из первой за один поворот первого колеса против часовой стрелки. В третьем случае из второй тройки можно получить первую одним поворотом первого колеса против часовой стрелки. Отсюда следует, что тогда из первой можно каким-то образом получить вторую.

Во втором примере в первой паре тройки нельзя перевести друг в друга. Во второй тройки переходят друг в друга при одном повороте.

Задача G. Решето Эратосфена

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

По введенным числам A и B вывести все простые числа в интервале от A до B включительно.

Формат входных данных

В единственной строке вводятся два числа $1 \leqslant A \leqslant B \leqslant 1000000$

Формат выходных данных

Вывести в одну строку все простые числа в интервале от A до B включительно

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	2
1 100	2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

Задача H. Sigma-функция на отрезке

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Нужно научиться считать $\sum\limits_{i=L}^{R} \sigma(i)$. Где $\sigma(n)$ — сумма натуральных делителей числа n.

Формат входных данных

Последовательность из не более чем 10^5 запросов. Каждый запрос записан на отдельной строке. Формат запроса прост: числа L, R ($1 \leqslant L \leqslant R \leqslant 5 \cdot 10^6$).

Формат выходных данных

Для каждого запроса нужно вывести одно число — $\sum\limits_{i=L}^{R} \sigma(i)$.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 10 3 3 10 10	83 4 18

Задача I. Хорошие массивы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Совсем недавно Вася узнал, что числа можно делить друг на друга нацело. Невероятно воодушевленный этим знанием, он стал изучать массивы, в которых одни числа делятся на другие. Вася называет массив из n целых положительных чисел $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n$ *хорошим*, если для любого i от 1 до $n-1$ число a_i делится нацело на число a_{i+1}. Вася очень любит изучать хорошие массивы, а поэтому ему интересно, сколько всего существует хороших массивов размера n, все числа в которых не превосходят c.

Формат входных данных

В единственной строке даны два целых числа n и c ($1 \leqslant n, c \leqslant 5 \cdot 10^7$) — количество чисел в массиве и максимальное значение чисел в массиве.

Формат выходных данных

Выведите единственное число — количество хороших массивов из n целых положительных чисел, не превосходяших c. Так как искомое количество массивов может быть слишком большим, выведите его по модулю $998\,244\,353$.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	7
2 6	14

Замечание

В первом примере подходят следующие массивы: $(1,1,1)$, $(2,1,1)$, $(3,1,1)$, $(2,2,1)$, $(3,3,1)$, $(2,2,2)$, $(3,3,3)$.

Во втором примере удовлетворят условиям 14 массивов: $(1,1)$, $(2,1)$, $(3,1)$, $(4,1)$, $(5,1)$, $(6,1)$, $(2,2)$, $(4,2)$, $(6,2)$ $(3,3)$, $(6,3)$, $(4,4)$, $(5,5)$, $(6,6)$.

Задача J. Глина или не глина?

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Вам дано положительное целое число k. Найдите количество троек положительных целых чисел (n, p, m), таких что $n^2 - k \cdot p^m = 1$, где p — простое число, либо сообщите, что существует бесконечное количество таких троек чисел.

Формат входных данных

В первой строке записано число t ($1 \leqslant t \leqslant 100$) — количество наборов входных данных.

Далее следует описание наборов входных данных.

Единственная строка описания набора входных данных содержит целое число k ($1 \leqslant k \leqslant 10^9$).

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите количество троек положительных чисел (n, p, m), таких что $n^2 - k \cdot p^m = 1$ и p — простое число, либо -1, если существует бесконечное количество таких троек чисел.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 5 22	3 0

Замечание

В первом наборе для $k = 5$ существуют три подходящие тройки чисел: $(4, 3, 1)$, $(6, 7, 1)$ и $(9, 2, 4)$.

Во втором наборе для $k = 22$ не существует ни одной подходящей тройки чисел.

Задача K. Полифемовы тройки

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Циклоп Полифем, некогда ослепленный хитроумным Одиссеем, ныне бросил овцеводство и занимается математикой. За прошедшее время обида на коварного грека несколько улеглась, Полифем проанализировал ситуацию и всецело поглощен работой над ошибками. Корни своего поражения слепой Полифем видит в незнании квадратных корней; им и только им посвящены его изыскания.

В настоящий момент циклопа занимают тройки целых неотрицательных чисел, обладающие следующим свойством: сумма корней из первых двух элементов равна корню из третьего (из уважения к ученому мы будем называть такие тройки *полифемовыми*). Так, например, $\sqrt{7857} + \sqrt{24832} = \sqrt{60625}$ — полифемова тройка.

В наибольшей степени циклопа заинтересовал тот факт, что некоторые числа могут принадлежать более, чем одной полифемовой тройке. Для всякого числа C Полифем обозначил $z(C)$ количество пар целых неотрицательных чисел $A \leqslant B$, для которых $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C}$. Циклоп нашел поистине превосходный алгоритм вычисления $z(C)$ с помощью циркуля и линейки, но увы: использовать его на практике Полифему мешает собственная слепота! Помогите циклопу найти значение функции $z(C)$.

Формат входных данных

В единственной строке находится одно целое число C, $0 \leqslant C \leqslant 10^{18}$.

Формат выходных данных

Выведите ровно одно целое число — $z(C)$.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
9	2
3	1

Задача L. Маткульт-привет!

Имя входного файла: `стандартный ввод`
Имя выходного файла: `стандартный вывод`
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Маткульт-привет!

Алексей Савватеев

Сегодня на очередном занятии в математическом кружке, посвященном теории чисел, Сережа узнал много новых для него интересных функций. В частности, ему очень понравилась функция $\varphi(n)$, которая определяется следующим образом: $\varphi(n)$ равно количеству натуральных чисел, не превосходящих n, *взаимно-простых* с n. Эта функция показалась Сереже очень красивой, так как на занятии он узнал несколько ее замечательных свойств. Например, для любых *взаимно-простых* чисел a и b верно, что $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$.

Напомним, что натуральные числа a и b называются *взаимно-простыми*, если их наибольший общий делитель равен единице. Например, числа 5 и 8 являются взаимно-простыми, а числа 12 и 9 — нет (их наибольший общий делитель равен 3).

Приведем некоторые примеры значений функции $\varphi(n)$:

- $\varphi(5) = 4$ (натуральные числа, не превосходящие 5, взаимно-простые с 5: $1, 2, 3, 4$),
- $\varphi(1) = 1$ (существует всего одно натуральное число, не превосходящее 1 — само число 1),
- $\varphi(6) = 2$ (натуральные числа, не превосходящие 6, взаимно-простые с 6: $1, 5$).

Сережа очень любит натуральные числа из промежутка $[l, r]$, то есть числа $l, l+1, \ldots, r$. Начинающему математику тут же захотелось исследовать поведение функции $\varphi(n)$ на промежутке $[l, r]$.

Сережа хочет найти такое натуральное число x, что $l \leqslant x \leqslant r$, а также $\varphi(x) \geqslant \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \leqslant y \leqslant r$. Так как Сережа является начинающим математиком, он не справился с этой задачей, поэтому решить ее придется вам.

Формат входных данных

Единственная строка содержит два натуральных числа l и r ($1 \leqslant l \leqslant r \leqslant 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число x, для которого верно, что $l \leqslant x \leqslant r$, а также $\varphi(x) \geqslant \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \leqslant y \leqslant r$.

Если существует несколько подходящих чисел x, выведите любое из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 6	5
10 10	10
14 16	16

Замечание

В первом примере значения функции $\varphi(n)$ для всех натуральных чисел из промежутка $[1, 6]$ равны: $\varphi(1) = 1, \varphi(2) = 1, \varphi(3) = 2, \varphi(4) = 2, \varphi(5) = 4, \varphi(6) = 2$.

Во втором примере 10 — единственное натуральное число из промежутка $[10, 10]$.

В третьем примере можно вывести в качестве ответа числа 15 или 16, так как $\varphi(14) = 6$, а $\varphi(15) = \varphi(16) = 8$.

Задача M. Очередная задача про теорию чисел

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны n **простых** чисед $1 < p_1 < p_2 < \ldots < p_n < 10^{18}$, где $p_1 \leqslant 100$. Назовем число x *хорошим*, если x делится хотя бы на одно p_i.

Рассмотрим все *хорошие* числа $a_1, a_2, \ldots, a_m$ в промежутке $[0, p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n]$ и отсортируем их по возрастанию ($a_1 < a_2 < \ldots < a_m$). Ваша задача — вычислить следующую величину: $\sum\limits_{i=1}^{m-1} (a_{i+1} - a_i)^2$. Так как ответ может быть достаточно большим, выведите остаток от деления ответа на число 998 244 353.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^5$).

Вторая строка содержит n целых чисел $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ($1 < p_1 < p_2 < \ldots < p_n < 10^{18}$). Гарантируется, что $2 \leqslant p_1 \leqslant 100$ и все p_i являются простыми.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — остаток от деления ответа на число 998 244 353.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2 5	18
3 5 7 233	31275

Задача N. Гиперпрефиксные суммы

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дан массив s_0, состоящий из n элементов. После этого по массиву s_0 строится массив s_1 следующим образом:

$$s_1[i] = \sum_{j=1}^{i} s_0[j] \pmod{998244353}$$

Затем по аналогичной формуле по массиву s_1 строится массив s_2, и так далее. От вас требуется вывести элементы массива s_k.

Формат входных данных

В первой строке через пробел записаны два числа n и k ($1 \leqslant n \leqslant 2000, 0 \leqslant k \leqslant 10^9$).

Во второй строке через пробел записаны n целых чисел — элементы массива s_0 ($0 \leqslant s_0[i] < 998244353$).

Формат выходных данных

Выведите через пробел n целых чисел — элементы массива s_k.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 1 3 20 3 4	3 23 26 30
1 1 3	3
5 0 3 14 19 92 6	3 14 19 92 6