

ДО 1 (после 2)

Задача 1. Как надо модифицировать дерево отрезков, чтобы отвечать на запросы (все запросы за $\mathcal{O}(\log n)$):

а) Изменить элемент числовой последовательности с числами от 1 до n , найти НОД подотрезка

б) Изменить элемент числовой последовательности, найти строго возрастающий подотрезок максимальной длины на каком-то подотрезке

с) Изменить символ строки, проверять две подстроки на равенство

Задача 2. Придумайте, как модифицировать дерево отрезков таким образом, чтобы можно было прибавлять число на отрезке и узнавать значение в точке. Оба запроса за $\mathcal{O}(\log n)$. И никаких проталкиваний, разумеется.

— — —

Задача 3. Даны n прямоугольников и m точек. Для каждого прямоугольника требуется определить, сколько из данных m точек лежат внутри этого прямоугольника. Решить за $\mathcal{O}((n + m) \log(n + m))$

Задача 4. Дан массив из n элементов. Требуется найти в нём количество инверсий.

а) За $\mathcal{O}(n^2)$.

б) За $\mathcal{O}(n \log n)$.

с) Теперь хотим находить количество суперинверсий размера k (т.е. количество таких наборов чисел $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$, что $a_{i_1} > a_{i_2} > \dots > a_{i_k}$). Решить задачу за $\mathcal{O}(kn^2)$

д) Решить предыдущую задачу за $\mathcal{O}(kn \log n)$

Задача 5. Дана шахматная доска и ладьи (N штук) на ней. Также есть M прямоугольников. Нужно для каждого прямоугольника понять, бьётся ли он ладьями внутри него. Решить за $\mathcal{O}((N + M) \log(W + H))$.

Задача 6. Изменять элемент в точке и говорить правда ли, что все числа на отрезке от l до r различны. Оба запроса за $\mathcal{O}(\log n)$.

— — —

Задача 7. Загадана перестановка p чисел от 1 до n . Для каждой позиции i вы знаете сумму всех чисел p_j в перестановке, таких что $j < i$ и $p_j < p_i$. Восстановите перестановку за $\mathcal{O}(n \log n)$.

Задача 8. Даны n товаров со стоимостями c_i и n людей, у каждого a_i денег. Люди подходят по очереди и покупают самый дорогой товар, который могут купить (или ничего, если такого нет). Даны n запросов: требуется уметь изменять количество денег у человека, стоимость товара и говорить стоимость самого дорогого не купленного товара после всех операций. Все запросы за $\mathcal{O}(\log n)$. Все запросы даны заранее.

Задача 9. Даны две перестановки. Требуется посчитать их наибольшую общую подпоследовательность за $\mathcal{O}(n \log n)$