

## Динамика 0

Если где-то написано посчитать и ответ получается явно огромный, то мы делаем это по заранее известному простому модулю.

**Задача 1.** Дана перестановка  $p$ . Найдите её корень, то есть, такую перестановку  $q$ , что  $q(q(i)) = p(i) \forall i$

**Задача 2.** Был массив. На нём насчитали все префиксные и суффиксные суммы и перемешали. Найдите по данным  $2N$  числам количество возможных начальных массивов за  $\mathcal{O}(N \log N)$ .

**Задача 3.** Дана скобочная последовательность. Нужно найти количество таких её подпоследовательностей, что они являются правильными и всякая открывающая скобка идёт перед всякой закрывающей.

**Задача 4.** Ячейки полосы длины  $N$  можно красить в красный за стоимость  $A$ , в синий за стоимость  $B$ , в зеленый за стоимость  $A+B$  или не красить вообще бесплатно. Найти количество раскрасок, которые можно получить за стоимость ровно  $K$  за  $\mathcal{O}(N)$ .

**Задача 5.** Найти количество равносторонних треугольников в пирамидке высоты  $N$  за  $\mathcal{O}(1)$ .



Рис. 1: Пирамидка высоты 3

**Задача 6.** Найти  $K$ -ю лексикографически неправильную скобочную последовательность длины  $N$  за  $\mathcal{O}(N^2)$ .

**Задача 7.** Дан массив длины  $N + 1$ , в нем встречаются все числа от 1 до  $N$  хотя бы по одному разу (а какое-то, очевидно, 2). Найти количество различных подпоследовательностей длины  $K$  для всех  $K$  от 1 до  $N$ . За  $\mathcal{O}(N)$ .

**Задача 8.** Два способа разбить людей на группы считаются разными если в одном способе кто-то в одной группе, а в другом способе в разных.

- Сколько есть способов разбить  $N$  людей на  $K$  групп? Посчитать за  $\mathcal{O}(NK)$ .
- Сколько есть способов разбить  $N$  людей на  $K$  групп размеров от  $A$  до  $B$ ? Посчитать за  $\mathcal{O}(NK)$ .
- Сколько есть способов разбить  $N$  людей на группы размеров от  $A$  до  $B$ ? Посчитать за  $\mathcal{O}(N^2)$ .
- Пусть,  $F(i)$  это количество групп размера  $i$  в каком-то разбиении. Сколько есть способов разбить  $N$  людей на группы размеров от  $A$  до  $B$ , и чтобы для всех размеров  $i$  выполнялось  $F(i) = 0$  или  $X \leq F(i) \leq Y$ ? Посчитать за  $\mathcal{O}(N^3)$ . Понять почему это  $\mathcal{O}(N^2 \log N)$ .

**Задача 9.** Сколько есть способов разбить массив чисел от 1 до  $A$  размера  $N$  на три группы, в каждой просуммировать числа и чтобы можно было из сумм сложить треугольник? Посчитать за  $\mathcal{O}(AN^2)$