Паросочетания

Задача 1. Прямоугольная доска $N \times M$ содержит какие-то выколотые клетки. Надо положить на поле как можно больше костей домино. Решить за $\mathcal{O}((NM)^2)$

Задача 2. Дан ациклический ориентированный граф, надо покрыть его вершины минимальным числом непрерывных путей, которые идут по ребрам графа. Сложность $O(NM)$

Задача 3. Дана таблица $N \times N$ из 0 и 1, можно менять местами строки и столбцы сколько угодно раз. Задача простая: получить главную диагональ из 1, если вам обещают что это возможно. Сложность $O(N^3)$.

Задача 4. *Повторение.* Посчитать за $O(N)$ количество способов удалить какие-то ребра из дерева, чтобы максимальное паросочетание было единственно.

Задача 5. Дана большая таблица $N \times M$. Клетки таблицы это вершины графа. Между клетками таблицы (x_1, y_1) и (x_2, y_2) есть ребро, если $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = 3$. Найти размер максимального паросочетания за $O(1)$

Задача 6. Дано поле $N \times M$ и какие-то K клеток на нем у нас уже есть. Можно бесплатно получать еще одну клетку (x, y), если существуют $a, b | a \neq x, b \neq y$ и у нас уже есть клетки $(x, b), (a, b), (a, y)$, такой прямоугольник без 1 угла. Еще можно купить любую клетку за 1 монету. Сколько минимум монет надо потратить, чтобы получить все поле? Решить за $O(N + M + K)$.

Задача 7. Есть M стульев, расположенных в линию. i-й человек желает сидеть в кресле, координата которого не больше L_i или не меньше R_i . Найдите минимально необходимое количество людей, которые останутся стоять. Решить за $\mathcal{O}((M + N)\log(N + M))$