

## Корневая (декомпозиция/оптимизация)

**Задача 1.** Есть запросы двух видов:

1. Прибавить к  $a_i$  число  $x$ .
  2. Узнать сумму чисел на отрезке  $[l; r]$ .
- Ответить на  $n$  запросов за время  $\mathcal{O}(n\sqrt{n})$ .

**Задача 2.** Есть запросы двух видов:

1. Вставить на  $i$ -е место в массиве число  $x$ .
  2. Узнать количество чисел на отрезке  $[l; r]$ , равных данному  $x$ .
- Ответить на  $n$  запросов за время  $\mathcal{O}(n\sqrt{n} \log n)$ .

**Задача 3.** Есть запросы двух видов:

1. Прибавить на отрезке  $[l; r]$  в массиве число  $x$ .
2. Узнать количество чисел на отрезке  $[l; r]$ , больших данного  $x$ .

Ответить на  $n$  запросов за время  $\mathcal{O}(n\sqrt{n} \log n)$ . А что если добавляется операция: переворот отрезка  $[l; r]$ ?

— — —

**Задача 4.** Дан граф из  $n$  вершин, изначально в каждой вершине записано число 0. Есть запросы двух видов:

1. Прибавить ко всем вершинам, смежным с вершиной  $v$ , число  $x$ .
  2. Узнать значение в вершине  $v$ .
- Ответить на  $q$  запросов за время  $\mathcal{O}(n + q\sqrt{n})$ .

**Задача 5.** Дан текст  $t$ , далее в online поступают запросы вида: дана строка  $s$ , найти количество её вхождений в текст. Известно, что сумма длин строк по всем запросам не превосходит  $S$ . Ответить на запросы за время  $\mathcal{O}(|t|\sqrt{S})$ .

**Задача 6.** Допустим, вы умеете узнавать расстояние между двумя вершинами в дереве за  $\mathcal{O}(1)$ . Дано дерево из  $n$  вершин, изначально все вершины покрашены в белый цвет. Есть запросы двух видов:

1. Покрасить вершину  $v$  в чёрный цвет.
  2. Для вершины  $v$  найти расстояние до ближайшей чёрной вершины.
- Ответить на  $q$  запросов за время  $\mathcal{O}(n + q\sqrt{n})$ .

**Задача 7.** Дан массив, требуется ответить на  $q$  запросов

- a. о числе различных элементов подотрезка  $[l; r]$  в offline за  $\mathcal{O}(n\sqrt{n} \log n)$
  - b. о медиане подотрезка  $[l; r]$  в offline за  $\mathcal{O}(n\sqrt{n} \log n)$
- — —

**Задача 8.** Дан массив  $a$  из  $n$  чисел, а также  $q$  запросов  $[l; r]$ . Для каждого запроса найти МЕХ чисел из этого отрезка, то есть минимальное целое неотрицательное число, не представленное среди  $[a_l, a_{l+1}, \dots, a_r]$ . Ответить на запросы за время  $\mathcal{O}((n + q)\sqrt{n} \log n)$ .

**Задача 9.** Дана пустая строка  $s$ . Требуется добавлять символ в конец и отвечать на запрос: дано  $k$ , сколько подстрок  $s$  равны префиксу  $s$  длины  $k$ . Сделайте быстрее, чем за квадрат.

- a. Offline.
- b. Online.

**Задача 10.** Дано дерево, в его вершинах записаны числа. Требуется отвечать на  $q$  запросов о количестве различных чисел на пути из  $v$  в  $u$ . Решить задачу за  $\mathcal{O}(q\sqrt{n})$ .