Игры

Игра 1. Дана полоска длины N. Двое по очереди ставят на нее крестики, но нельзя ставить два рядом. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за $O(N^2)$.

Игра 2. Дана полоска длины N. Два игрока стоят в позициях A и B. Можно пойти на 1 клетку влево или вправо, если она есть и там никого. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за $O(1)$.

Игра 3. Даны N кучек, в каждой A_i камней. За один ход можно взять любое ненулевое количество камней из кучки i и переложить в кучку $i-1$. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за $O(N)$.

Игра 4. Даны N кучек, в каждой A_i камней. За один ход можно взять любое ненулевое количество камней из одной кучки. Проигрывает тот, кто делает последний ход. Определить победителя за $O(N)$.

Игра 5. Дана дженга высоты N (не обязательно полная). Конструкция устойчива, если:

- На каждом слое есть хотя бы одна деталь
- Если на слое одна деталь, то она центральная
- Нет 2 подряд слоев с одной деталью

Два игрока по очереди вынимают из дженги по одной детали и выбрасывают. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за

- $O(8^N N)$
- ... какие-то оптимизации ...
- $O(2^N N^2)$

Игра 6. Дан беспрефиксный набор бинарных строк суммарной длины N. По очереди двое добавляют в набор по 1 строке длины не более L, так чтобы он оставался беспрефиксным. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за $O(N \log L)$.

Игра 7. Двое играют с подвешенным деревом размера N. За один ход можно отрезать любое поддерево. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Определить победителя за $O(N)$.

Игра 8. Двое красят по одной вершине дерева размера N по очереди. Первый красит вершины в белый, второй в черный. Когда всё покрашено, все белые вершины, соседние с черными также становятся черными. Если после этого осталась хотя бы 1 белая вершина, белые выигрывают. Определить победителя за $O(N)$.