

Динамика 3

Если где-то написано посчитать и ответ получается явно колоссальный, то мы делаем это по заранее известному простому модулю.

Задача 1. Посчитать количество единичных битов для каждого из чисел от 0 до $2^N - 1$ за $\mathcal{O}(2^N)$

Задача 2. Дан взвешенный граф из N вершин, требуется проверить есть ли путь, такой, что он проходит по всем вершинам и ни в какую вершину не заходит дважды за $\mathcal{O}(2^N \cdot N^2)$. Улучшить до $\mathcal{O}(2^N \cdot N)$.

Задача 3. Найти количество перестановок длины N у которых первые K элементов взаимно просты между собой.

- Делаем за $\mathcal{O}(N^2 \cdot 2^N)$.
- Улучшаем до $\mathcal{O}(N \cdot 2^N)$.
- Улучшаем до $\mathcal{O}(N^2 \cdot 2^{N/\log N})$.
- Улучшаем до $\mathcal{O}(N^2 \cdot 2^{N/2\log N})$.

Задача 4. Дана клетчатая полоска $N \times M$, какие-то K клеток закрашены. Сколько способов разбить незакрашенные клетки на прямоугольники 1×2 и 2×1 ? Посчитать за $\mathcal{O}(NM \cdot 4^N)$. Улучшить до $\mathcal{O}(M \cdot 4^N)$. Улучшить до $\mathcal{O}(NM \cdot 2^N)$.

Задача 5. Требуется посчитать количество строк длины N , состоящих из символов «0» и «1», в которых нет ни одной из заданных подстрок длины K за $\mathcal{O}(N \cdot 2^K)$.

Задача 6. Дано множество из N элементов. Требуется разбить его на некоторое число подмножеств так, что произведение сумм элементов в подмножества было максимальным. Решить за $\mathcal{O}(3^N)$

— — —

Задача 7. Сколько есть чисел от L до R с суммой цифр S и суммой квадратов цифр делящейся на Z ? Посчитать за $\mathcal{O}(\log^2 R \cdot Z)$.

Задача 8. По данным L и R найти количество таких пар X, Y , что $L \leq X, Y \leq R$ и $Y \bmod X = Y \oplus X$ (это ксор). $\mathcal{O}(\log R)$

— — —

Задача 9. Даны X_1, X_2, N, A, B и если надо C, D, E . Вычислить X_N за $\mathcal{O}(\log N)$

- $X_i = X_{i-1} + X_{i-2}$
- $X_i = AX_{i-1} + BX_{i-2}$
- $X_i = AX_{i-1} + BX_{i-2} + CX_{i-3}$
- $X_i = AX_{i-1} + BX_{i-2} + 1$
- $X_i = AX_{i-1} + BX_{i-2} + i$
- $X_i = AX_{i-1} + BX_{i-2} + Ci^2 + Di + E$

Задача 10. Требуется посчитать количество строк длины N , состоящих из символов «0» и «1», в которых нет ни одной из заданных подстрок длины K за $\mathcal{O}(\log N \cdot 2^{3K})$.