

## Динамика 2

Если где-то написано посчитать и ответ получается явно гигантский, то мы делаем это по заранее известному простому модулю.

**Задача 1.** Дано обычное дерево на  $N$  вершинах. Надо найти одно число — сумму расстояний между каждой парой вершин.  $O(N)$

**Задача 2.** Предыдущая задача, но на рёбрах есть веса. Та же асимптотика.

**Задача 3.** Предыдущая задача, но надо найти не сумму всех расстояний, а для каждой вершины посчитать сумму расстояний до неё от каждой другой вершины. Та же асимптотика.

**Задача 4.** Дано дерево на  $N$  вершинах, в каждой вершине записано по числу  $a_i$ . Требуется выбрать подмножество вершин с максимальной суммой  $a_i$ , чтобы никакие две соседние вершины не лежали одновременно в этом подмножестве.  $O(N)$

**Задача 5.** Найти пару максимально удалённых друг от друга вершин за  $O(N)$ .

**Задача 6.** Количество способов удалить какие-то ребра из дерева, чтобы максимальное паросочетание было единственным. Максимальное паросочетание это когда мы разбиваем вершины на пары и каждая вершина может быть только в одной паре, в паре можно быть только с соседней вершиной, и количество таких пар максимально возможное. Посчитать за  $O(N)$

**Задача 7.** Количество способов удалить ребра из дерева чтобы размер максимального паросочетания делился на  $M$  за  $O(NM)$ . Для начала можно и за  $O(NM^2)$ , потом придется подумать.

— — —

**Задача 8.** Есть  $n$  доминошек вдоль одной оси, проходящей слева направо. Каждая доминошка стоит перпендикулярно этой оси так, что ось проходит через центр ее основания.  $i$ -ая костяшка домино имеет координату  $x_i$  и высоту  $h_i$ . Для каждой костяшки домино хочется узнать, сколько доминошек упадет, если толкнуть её вправо.

**Задача 9.** В очередь выстроены  $N$  людей, на  $i$ -го человека надета шляпа с числом  $a_i$ , но он очень хочет, чтобы на нем была надета шляпа с числом  $b_i$  (не факт, что такая шляпа вообще есть у кого-то). Следующий процесс повторяется  $N - 1$  раз: первый человек в очереди может поменяться шляпой со вторым и уйти, либо просто уйти. Пусть, в итоге человек  $i$  ушел в шляпе со значением  $c_i$ . Минимизируйте сумму  $|b_i - c_i|$  по всем  $i$  за  $O(N \log N)$

**Задача 10.** Даны  $N$  различных чисел, сколько способов разбить их на два множества, чтобы в одном разность между любыми двумя была хотя бы  $A$ , а во втором хотя бы  $B$ . Если одно из них пустое тоже нормально. Посчитать за  $O(N \log N)$ .