

Дерево отрезков 1

Лекция: запрос в точке, изменение в точке, спуск, НВП, максимальный отрезок нулей.

— — —

Задача 1. Как надо модифицировать дерево отрезков, чтобы отвечать на запросы (все запросы за $\mathcal{O}(\log n)$):

- а) Изменить элемент числовой последовательности, найти НОД подотрезка
- б) Изменить элемент числовой последовательности, найти подотрезок, состоящий из нулей максимальной длины на каком-то отрезке
- в) Изменить элемент числовой последовательности, найти строго возрастающий подотрезок максимальной длины на каком-то подотрезке
- д) Изменить символ строки, проверять две подстроки на равенство

Задача 2. Придумайте, как модифицировать дерево отрезков таким образом, чтобы можно было прибавлять число на отрезке и...

- а) и узнавать значение в точке. Оба запроса за $\mathcal{O}(\log n)$.
 - б) и узнавать сумму на отрезке. Оба запроса за $\mathcal{O}(\log n)$.
- — —

Задача 3. Дан массив из n чисел. Найти в нём НВП на $\mathcal{O}(n \log n)$.

Задача 4. Даны n прямоугольников и m точек. Для каждого прямоугольника требуется определить, сколько из данных m точек лежат внутри этого прямоугольника. Решить за $\mathcal{O}((n + m) \log(n + m))$

Задача 5. Дан массив из n элементов. Требуется найти в нём количество инверсий.

- а) За $\mathcal{O}(n^2)$.
- б) За $\mathcal{O}(n \log n)$.
- в) Теперь хотим находить количество суперинверсий размера k (т.е. количество таких наборов чисел $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$, что $a_{i_1} > a_{i_2} > \dots > a_{i_k}$). Решить задачу за $\mathcal{O}(kn^2)$
- д) Решить предыдущую задачу за $\mathcal{O}(kn \log n)$

Задача 6. Дана шахматная доска и ладьи (N штук) на ней. Также есть M прямоугольников. Нужно для каждого прямоугольника понять, бьётся ли он ладьями внутри него. Решить за $\mathcal{O}((N + M) \log(W + H))$.

Задача 7. Изменять элемент в точке и говорить правда ли, что все числа на отрезке от l до r различны. Оба запроса за $\mathcal{O}(\log n)$.

Задача 8. Дан массив, состоящий из n элементов. Требуется выполнить какой-то подсчёт за $\mathcal{O}(n \log n)$, а затем отвечать на запрос "минимальное r , такое, что на отрезке $[l; r]$ ровно k различных чисел". Запрос сделать за $\mathcal{O}(\log^3(n))$.

— — —

Задача 9. Загадана перестановка p чисел от 1 до n . Для каждой позиции i вы знаете сумму всех чисел p_j в перестановке, таких что $j < i$ и $p_j < p_i$. Восстановите перестановку за $\mathcal{O}(n \log n)$.

Задача 10. Дана строка S . Обозначим за A^r развернутую строку A . Посчитайте число подстрок S вида AA^rA за $\mathcal{O}(n \log n)$.

Задача 11. Даны n товаров со стоимостями c_i и n людей, у каждого a_i денег. Люди подходят по очереди и покупают самый дорогой товар, который могут купить (или ничего, если такого нет). Требуется уметь изменять количество денег у человека, стоимость товара и говорить стоимость самого дорогого не купленного товара после всех операций. Все запросы за $O(\log n)$.

Задача 12. Даны две перестановки. Требуется посчитать их наибольшую общую подпоследовательность за $O(n \log n)$