Дерево отрезков 1

Задача 1. Дан массив из n элементов. Требуется найти в нём наибольшую возрастающую подпоследовательноть за $\mathcal{O}(n \log n)$.

Задача 2. Даны две перестановки. Требуется посчитать их наибольшую общую подпоследовательность за $\mathcal{O}(n \log n)$

Задача 3. Дан массив из n элементов. Требуется найти в нём количество инверсий.

a) За $\mathcal{O}(n^2)$.

b) За $\mathcal{O}(n \log n)$.

c) Теперь хотим находить количество суперинверсий размера k (т.е. количество таких наборов чисел $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_k \le n$, что $a_{i_1} > a_{i_2} > \ldots > a_{i_k}$). Решить задачу за $\mathcal{O}(kn^2)$

d) Решить предыдущую задачу за $\mathcal{O}(kn \log n)$

Задача 4. Дан массив, состоящий из n элементов. Требуется выполнить какой-то предподсчёт за $\mathcal{O}(n \log n)$, а затем отвечать на запрос "минимальное r, такое, что на отрезке $[l; r]$ ровно k различных чисел". Запрос сделать за $\mathcal{O}(\log^3(n))$.

Задача 5. Дана шахматная доска и ладьи (N штук) на ней. Также есть M прямоугольников. Нужно для каждого прямоугольника понять, бьётся ли он ладьями внутри него. Решить за $O((N + M) \log(W + H))$.

Задача 6. Изменять элемент в точке и говорить правда ли, что все числа на отрезке от l до r различны. Оба запроса за $O(\log n)$.

Задача 7. Даны n товаров со стоимостями c_i и n людей, у каждого a_i денег. Люди подходят по очереди и покупают самый дорогой товар, который могут купить (или ничего, если такого нет). Требуется уметь изменять количество денег у человека, стоимость товара и говорить стоимость самого дорогого не купленного товара после всех операций.

a) Все запросы за $O(\log^2 n)$

b) Все запросы за $O(\log n)$

Задача 8. Дана перестановка длины n и число k ($1 \le k < n$). Требуется для каждого i от 1 до $n - k + 1$ вывести длину НВП подпоследовательности $a_1, a_2, \ldots, a_{i-1}, a_{i+k}, \ldots, a_n$. Иными словами, нужно посчитать НВП от остатка для каждого способа вырезать непрерывный подотрезок из k элементов. Асимптотика: $O(n \log n)$.