

# Коллоквиум параллели В, Зима, 2019-2020

Tinkoff Generation

21 декабря 2019

Для участия в коллоквиуме необходимо иметь не менее 40 сданных задач в контекстах параллели В на algocode и codeforces к началу коллоквиума (16:00 21 декабря).

Ваша начальная оценка будет зависеть от вашей текущей оценки в таблице. Вы поочередно будете вытаскивать билеты на различные оценки (кто-то будет начинать, конечно, не с оценки "2"). Вопросы в билетах усложняться с увеличением оценки. Только часть вопросов будут теоретическими или представлять из себя разобранные на лекциях задачи. Ниже дан список тем — примерный план лекций, прочитанных за этот семестр. Темы в билетах могут незначительно меняться: раздробляться на более мелкие или объединяться в более крупные.

## Программа

### 1. DFS

- (a) Проверка графа на связность. Выделение всех компонент связности
- (b) Время входа-выхода и топологическая сортировка
- (c) Проверка графа на двудольность
- (d) Конденсация графа
- (e) 2-SAT
- (f) Мосты и точки сочленения
- (g) Эйлеровы пути и циклы

### 2. Строки

- (a) Префикс-функция
- (b) Z-функция
- (c) Бор. Способы хранения и применения
- (d) Автомат Ахо-Корасик. Построение и применение

### 3. Дерево отрезков

- (a) Дерево отрезков с операцией изменения в точке
- (b) Дерево отрезков с групповыми операциями
- (c) Задача о нахождении суммы в прямоугольнике
- (d) Задача о поиске точки, покрытой максимальным количеством прямоугольников
- (e) Задача о поиске площади объединения прямоугольников

- (f) Персистентное дерево отрезков. Задача о поиске количества различных элементов на отрезке

#### 4. Декартово дерево

- (a) Декартово дерево по явному ключу
- (b) декартово дерево по неявному ключу

#### 5. Минимальные остовы

- (a) Алгоритм Прима
- (b) Алгоритм Крускала
- (c) Система непересекающихся множеств. Оценка эвристики сжатия путей и ранговой эвристики как  $\mathcal{O}(\log n)$

#### 6. LCA и LA

- (a) LCA двоичными подъёмами
- (b) LCA с помощью sparse table
- (c) LA с помощью двоичных подъёмов
- (d) LA с помощью двоичного поиска за  $\mathcal{O}(n)$  предподсчёта и  $\mathcal{O}(\log(n))$  на запрос
- (e) Алгоритм Тарьяна решения задачи LCA offline
- (f) Sparse Table
- (g) Ladder decomposition и  $k$ -th ancestor. Построение за  $\mathcal{O}(n \log n)$ , ответ на запрос за  $\mathcal{O}(1)$

#### 7. Корневая декомпозиция

- (a) Нахождение количества треугольников в графе за  $\mathcal{O}(E\sqrt{E})$
- (b) Алгоритм Мо
- (c) Split-rebuild
- (d) Корневая декомпозиция по запросам

#### 8. Вычислительная геометрия

- (a) Скалярное и векторное (псевдоскалярное) произведения
- (b) Площадь многоугольника
- (c) Расстояние от точки до прямой
- (d) Проекция точки на прямую
- (e) Общее уравнение прямой. Переход от него к двум точкам и наоборот. Вектор нормали
- (f) Пересечение прямых
- (g) Пересечение прямой и окружности
- (h) Пересечение двух окружностей
- (i) Поиск касательных к окружности
- (j) Проверка на принадлежность точки многоугольнику за  $\mathcal{O}(n)$
- (k) Алгоритм Джарвиса
- (l) Алгоритм Грэхема

- (m) Поиск пары пересекающихся отрезков за  $O(n \log n)$
- (n) Локализация точки в выпуклом многоугольнике за  $O(\log n)$  на запрос
- (o) Поиск касательных из точки к выпуклому многоугольнику за  $O(\log n)$  на запрос
- (p) Пересечение прямой с выпуклым многоугольником за  $O(\log n)$  на запрос
- (q) Вращающийся scanline. Запросы количества точек в полуплоскости.  $O(n^2 + q \log n)$ . Возможность применения корневой
- (r) Пересечение полуплоскостей за  $O(n^2)$