

Тинькофф А'. Корневая оптимизация. Семинар.

Дима Умнов, Ваня Сафонов, Вова Новиков

17 сентября 2022

Задача 1. За $\mathcal{O}(\sqrt{n})$ найти у натурального числа n :

- все его натуральные делители;
- его разложение на простые множители.

Задача 2. Найти количество треугольников (циклов длины 3) в неориентированном графе без петель из n вершин и m ребёр за $\mathcal{O}(m\sqrt{m})$, при условии, что:

- в нём нет кратных рёбер;
- в нём могут быть кратные рёбра.

— — —

Задача 3. Дано дерево из n вершин, изначально в каждой вершине записано число 0. Есть запросы двух видов.

- Прибавить ко всем вершинам, смежным с вершиной v , число x .
- Узнать значение в вершине v .

Ответить на q запросов за время $\mathcal{O}(n + q\sqrt{n})$.

Задача 4. Дан текст t , далее в online поступают запросы вида: дана строка s , найти количество её вхождений в текст. Известно, что сумма длин строк по всем запросам не превосходит S . Ответить на запросы за время $\mathcal{O}(|t|\sqrt{S})$.

Задача 5. Дано дерево из n вершин, изначально все вершины покрашены в белый цвет. Есть запросы двух видов.

- Покрасить вершину v в чёрный цвет.
- Для вершины v найти расстояние до ближайшей чёрной вершины.

Ответить на q запросов за время $\mathcal{O}(n + q\sqrt{n})$.

— — —

Задача 6. Дан массив a из n чисел, а также q запросов $[l; r]$. Для каждого запроса найти МЕХ чисел из этого отрезка, то есть минимальное целое неотрицательное число, не представленное среди a_l, a_{l+1}, \dots, a_r . Ответить на запросы за время:

- $\mathcal{O}((n + q)\sqrt{n} \log n)$;
- $\mathcal{O}((n + q)\sqrt{n})$.

Задача 7. Дано дерево из n вершин, каждой вершине i сопоставлено число a_i . Также даны q запросов $(u_i; v_i)$. Для каждого запроса найти количество инверсий на пути из u_i в v_i : если этот путь представляет из себя последовательность вершин w_1, \dots, w_k , то необходимо найти количество пар (i, j) , таких что $a_{w_i} > a_{w_j}, i < j$.

Задача 8. Дан массив a из n чисел, а также q запросов двух видов.

- Узнать МЕХ на отрезке $[l; r]$.
- Установить значение i -го элемента массива равным x .

Ответить на запросы за время $\mathcal{O}((n + q) \cdot n^{\frac{2}{3}})$.

— — —