

Тинькофф А'. Структуры данных и сканлайн. Семинар.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов, Вова Новиков

24 сентября 2022

Задача 1. Дано n отрезков. За $\mathcal{O}(n \log n)$ найдите максимальное количество непересекающихся отрезков.

Задача 2. Дано n прямоугольников на плоскости. За $\mathcal{O}(n \log n)$ найдите ... прямоугольников.

1. площадь пересечения
2. точку покрытую максимальным количеством
3. площадь объединения

— — —

Задача 3. Прибавление арифметической прогрессии на отрезке $(a_l += x, \dots, a_r += x + (r - l) \cdot y)$ и взятие значения в точке за $\mathcal{O}(n \log n)$

Задача 4. RSQ online с массовым присвоением и массовым обновлением, координаты от 1 до C . Требуемая асимптотика $\mathcal{O}(q \log C)$ времени и памяти. Считайте, что $C \sim 10^{18}$

Задача 5. Нужно ответить в offline на запросы о количестве различных чисел на отрезке за $\mathcal{O}((q + n) \log n)$

Задача 6. Дан массив длины n . Нужно отвечать на запрос "найти первое число, больше или равное k_i "

1. на префиксе $[1; r_i]$
2. на отрезке $[l_i; r_i]$

И, конечно, обрабатывать изменения в точке и на отрезке. Все за $\mathcal{O}(\log n)$. Можете считать, что $\mathcal{O}(\log^2 n)$ является промежуточной подгруппой.

— — —

Задача 7. Дано n упорядоченных точек на плоскости. Нужно уметь обновлять точки на отрезке, а также отвечать на запрос "оптимальная длина пути $a_l \rightarrow a_{l+1} \rightarrow \dots \rightarrow a_r$, с учетом того, что расстояние манхэттенское, а также разрешено пропустить не более одной точки (сохранив порядок всех остальных)

Задача 8. Дан массив длины n . Нужно отвечать на запрос "найти максимальный по длине подотрезок заданного отрезка, являющийся арифметической прогрессией с шагом 1. И прибавление на отрезке, время $\mathcal{O}(q \log n)$.

Задача 9. Вам дан массив A длины n . Каждая пара соседних элементов отличается не более чем на 1. Нужно отвечать на запрос НВП на подотрезке. И апдейт на отрезке, все за $\mathcal{O}(q \log n)$

— — —

Задача 10. Вам дано два дерева на вершинах от 1 до n . Найдите количество пар (v, u) , таких что v — предок u в обоих деревьях не обязательно прямой. $\mathcal{O}(n \log n)$

Задача 11. Дано n точек и m сенсоров в трехмерном пространстве (x_i, y_i, z_i) . Надо найти такое минимальное d , что если сдвинуть все сенсоры на вектор (d, d, d) , то для каждой точки есть сенсор, по каждой координате превосходящий точку $(x' + d \geq x, y' + d \geq y, z' + d \geq z)$. Задача с одной из старых олимпиад.

1. $\mathcal{O}(n \log C \log n)$ [40 баллов за реальную задачу]
2. $\mathcal{O}(n \log C \log_f n)$ ($\log_f(n)$ обозначет логарифм от дерева Фенвика) [80-100 баллов за реальную задачу]
3. $\mathcal{O}(n \log n)$ [100 баллов за реальную задачу]