

Тинькофф А'. Персистентность, DCP оффлайн. Семинар.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов

05.02.2022

Везде в листочке считаем, что структура данных имеет какую-то версию, при обновлении номер версии становится равным наименьшему еще не занятому номеру.

Задача 1. Представьте себе, что у вас есть структура данных X , и стек версий этой структуры. Назовем версию на вершине стека равной $X(v)$. От вас требуется обрабатывать три типа запросов:

- Добавить в стек новую версию, полученную одним обновлением $X(v)$.
- Сделать get-запрос в версии $X(v)$.
- Убрать из стека версию v (то есть сделать pop).

Подумайте, какие асимптотики по времени и памяти получатся, если в качестве структуры данных использовать стек, массив, дерево отрезков, дерево отрезков с массовыми обновлениями, СНМ.

Задача 2. Правда ли, что мы в прошлой задаче описали модель полной персистентности? Найдите структуру данных, которая применима в прошлой задаче, но не применима для полной персистентности с такой же асимптотикой.

Задача 3. Дана перестановка $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$.

Отвечать на запросы в online за $O(\log n)$:

- Посчитать сколько элементов перестановки на позициях из $[l, r]$ лежат в отрезке $[i, j]$.
- Поменять два соседних элемента перестановки p_i, p_{i+1} .

Задача 4. Вам дана строка s . Требуется делать две операции:

1. Приписывать в произвольное место s некоторую ее подстроку: $s = s[0 : i] + s[j : j + k] + s[i : n]$
2. Проверять, является ли некоторая подстрока s палиндромом.

Гарантируется, что итоговая длина строки не превосходит C .

Придумайте решение за $O(\log C)$ на каждый запрос в онлайн.

Задача 5. Представьте себе, что вы храните пересечение полуплоскостей двумя отдельными множествами: верхней и нижней огибающей.

Найдите способ добавлять и удалять произвольные полуплоскости, отвечая на вопрос «чему равен текущий периметр области пересечения полуплоскостей». Все запросы даны сразу, на них надо ответить в offline.

В целом сойдет любая асимптотика быстрее $O(q)$ на запрос, но ориентироваться стоит на $O(q \log^3 q)$. Хорошо, что это теоретическая задача!