

Тинькофф А'. HLD и прочее. Семинар.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов

12.03.2022

Задача 1. Вам дано подвешенное дерево на n вершинах, вершины которого либо черные, либо белые. Даны q offline запросов (v, h) , требуется находить количество черных вершин на расстоянии h вниз от v за $O(n + q)$ суммарно.

Задача 2. Обсудите Ladder decomposition. Придумайте, как с его помощью ускорить поиск LCA до $O((n + q) \log n)$ с линейной памятью.

Задача 3. Вам дано дерево на n вершинах, на каждом ребре которого написан d -мерный вектор. Заранее зафиксирован непростой модуль m . Вам поступает q online запросов с нахождением покомпонентного произведения векторов по модулю m на пути в дереве. Разрешено $O(nd)$ памяти. Отвечайте на каждый запрос за

1. $O(d \log^2 n)$
2. $O(d \log n)$

Задача 4. Вам дано дерево, на каждом ребре которого записано число. Научитесь отвечать на запрос XOR= на пути, XOR= в поддереве, суммы в поддереве за $O(n \log C \log^2 n)$

Задача 5. Решите 3-ю задачу, со следующими изменениями:

- Вычисляется покомпонентная сумма, вместо покомпонентного произведения.
- Есть запросы изменения вектора.

Все запросы должны обрабатываться за $O(d \log_f n)$, где \log_f — логарифм от использования дерева Фенвика.

Задача 6. Решите задачу, обратную предыдущей: вместо получения суммы на пути, вы прибавляете на пути. Вместо обновления в ребре, вы получаете значение на ребре. Время ответа на запрос по-прежнему $O(d \log_f n)$.

Задача 7. Решите предыдущую задачу, добавив прибавление на поддереве.

Задача 8. Обсудите как обрабатывать запросы добавления на вертикальных путях в дереве за $O(n + q)$ в оффлайн.

Задача 9. Обсудите как искать мосты с помощью решения предыдущей задачи.

Задача 10. Вам дан связный неориентированный граф с n вершинами и m ребрами. Назовем 2-мостом пару ребер e_1, e_2 , такую что после удаления обоих ребер граф перестает быть связным. Посчитайте количество 2-мостов.