

# Тинькофф А'. RMQ, LCA. Семинар.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов

6 ноября 2021

**Задача 1.** За  $O(n)$  посчитайте для всех  $i$  от 1 до  $n$  максимальную степень двойки, не превосходящую  $i$ . Назовем ее  $leadPower[i]$ .

**Задача 2.** Выведите, как, имея  $len = leadPower[r - l + 1]$ , а также зная минимум на всех подотрезках массива длины  $len$ , найти  $RMQ(l, r)$  за  $O(1)$  на запрос. Обсудите Sparse Table.

**Задача 3.** Для каких функций работает наш алгоритм (Sparse Table), кроме минимума/максимума (битовые, теоретико-числовые)? Какое основное ограничение на функцию? Попробуйте изменить наш алгоритм так, чтобы этого ограничения не было (подсказка: можно подумать в сторону предподсчета на разделяй-и-властвуй). Какие останутся функции, которые в ДО считать будет эффективнее?

**Задача 4.** Вам дан двумерный массив  $a_{i,j}$  и поступают запросы RMQ на *подквадратах*. Время работы  $O(n^2 \log + q)$

— — —

**Задача 5.** Вам даны запросы нахождения количества различных на отрезке (давайте считать, что координаты заранее сжаты). Дополнительное условие для каждого запроса  $l_i, r_i: l_i \leq l_{i+1}, r_i \leq r_{i+1}$ . Предложите линейный алгоритм для решения такой задачи.

**Задача 6.** Назовем *рекордом* подотрезка  $[l, r]$  такой элемент  $i$ , что  $a_i = \max(a_i, \dots, a_r)$ . Понятно, что на подотрезке может быть несколько рекордов (назовем их  $i_1, i_2, \dots, i_k$ ). Назовем *стоимостью рекорда*  $i_j$  сумму  $\sum_{k=i_{j-1}+1}^{i_j-1} a_k$  (иначе говоря, сумма всех элементов между соседними рекордами). Пусть стоимость  $i_1$  равна 0. От вас требуется находить рекорд с максимальной стоимостью на подотрезке. Запросы удовлетворяют условию "окна" из прошлой задачи.

— — —

**Задача 7.** Для каждой вершины дерева вам даны числа  $h_v, x_v$  — высота максимального предка, до которого можно допрыгнуть, и стоимость посещения вершины. Найдите за  $O(n \log n)$  для каждой вершины минимальную стоимость пути до корня (стоимость пути — сумма стоимостей вершин на пути).

**Задача 8.** Дано дерево, состоящее из  $n$  вершин. Есть массив  $v_1, v_2, \dots, v_k$  из вершин дерева. Есть  $q$  запросов. Каждый запрос состоит из отрезка массива  $[l, r]$ . Нужно найти  $LCA(v_l, v_{l+1}, \dots, v_r)$ .

Решите за время:

- Предподсчет за  $O(n \log n + k \log k \log n)$ . Ответ на запрос в online за  $O(\log n)$ .
- Предподсчет за  $O(n \log n + k \log k)$ . Ответ на запрос в online за  $O(1)$ .