

# Тинькофф А'. Центроидная Декомпозиция. Семинар.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов

04.12.2021

**Задача 1.** У вас есть полное взвешенное бинарное дерево глубины  $L$  с  $N = 2^{L+1} - 1$  вершинами.

Необходимо отвечать на два типа запросов:

1. Покрасить вершину  $v$  в черный цвет.
2. Покрасить вершину  $v$  в белый цвет.
3. Найти ближайшую к  $v$  черную вершину.

Асимптотика  $O(N \cdot L \cdot \log(N))$ .

— — —

**Задача 2.** Дано дерево на  $N$  вершинах. Найти за  $O(N)$  вершину, при удалении которой все дерево распадется на поддерева размера не более  $N/2$ . Такая вершина называется центроидом дерева.

**Задача 3.** Обсудите идею центроидной декомпозиции, ее реализацию (в том числе нерекурсивную!).

**Задача 4.** Решите задачу 1 для произвольного дерева на  $N$  вершинах за  $O(N \log^2(N))$ .

— — —

**Задача 5.** Вам дано взвешенное дерево на  $N$  вершинах. Вершина  $i$  имеет цвет  $c_i$ . Для каждого цвета  $j$  нужно найти количество путей между вершинами этого цвета с длиной от  $L_j$  до  $R_j$ .  $O(N \log^2(N))$ .

**Задача 6.** Две вершины называются близкими, если существует путь между двумя этими вершинами длины не более  $l$  и также существует путь между ними веса не более  $w$ . Посчитайте количество пар вершин  $v, u$  ( $v < u$ ), таких, что вершины  $v$  и  $u$  близкие.  $O(N \log^2 N)$