

# Тинькофф А'. Графы-2. Задачи на после лекции.

Костя Амеличев, Дима Умнов, Ваня Сафонов

21.01.2022

**Задача 1.** Про остовные приколы

- а) Правда ли, что в минимальном остовном дереве вес максимального ребра минимален среди всех возможных остовных деревьев?
- б) Для графа и запросов  $(u, v)$  найдите в онлайне путь с минимальным максимальным весом на пути. Минимизировать длину пути не нужно, время работы  $O(m \log n + q \log n)$

**Задача 2.** Дан граф  $G$  на  $n$  вершинах и  $m$  ребрах, которые можно задать с помощью  $q$  запросов: ребра от  $v_i$  до  $l_i, l_i + 1, \dots, r_i$  стоимостью  $c_i$ . Найдите

- а) Минимальное остовное дерево за  $O((q + n) \log n)$
- б) Кратчайшее расстояние от 1 до всех остальных вершин за  $O((q + n) \log^2 n)$

**Задача 3.** Вам дан полный взвешенный граф на  $n$  вершинах и массив  $a$  размера  $n$ . Стоимость ребра между вершинами  $i$  и  $j$  равна  $a_i \text{ XOR } a_j$ . Найдите вес минимального остовного дерева за  $O(n \log(n) \log(C))$ .

**Задача 4.** Вам дан двудольный граф. Степени всех вершин в нем одинаковы и четны. Вы хотите найти в нем совершенное паросочетание за  $O(n + m)$ .

**Задача 5.** Вам дан ориентированный ациклический граф. От вас требуется за  $O(nm)$  разбить этот граф на минимальное количество путей.

**Задача 6.** На доске  $n \times m$  покрашено  $k$  клеток. Определите минимальное количество вертикалей + горизонталей, которыми можно покрыть все эти клетки. Время работы  $O((n + m) \cdot k)$

**Задача 7.** Проверьте, существует ли разбиение неориентированного графа на непересекающиеся нетривиальные циклы. Время работы  $O(nm)$ .