Задача A. Диофантово уравнение

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны натуральные числа a, b и c. Решите в целых числах уравнение $ax+by=c$. Среди множества решений следует выбрать такое, где x имеет наименьшее неотрицательное значение.

Формат входных данных

Первая строка содержит три целых числа a и b и c ($1 \leqslant a, b, c \leqslant 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите искомые x и y через пробел. Если решения не существует, выведите одну строку «`Impossible`».

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 3	1 1
10 6 8	2 -2

Задача B. Сколько простых?

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Найдите количество простых чисел от n^2 до $n^2 + n$ включительно.

Формат входных данных

Первая строка содержит число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^7$).

Формат выходных данных

Выведите количество простых чисел от n^2 до $n^2 + n$ включительно.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	1

Задача C. Все обратные по модулю

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3.5 секунд
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Дано простое число p. Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до $p-1$.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \leqslant p \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до $p-1$ требуется посчитать обратное по модулю p. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму обратных для первых 100 чисел по модулю p, потом для вторых 100 чисел по модулю p, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если $p-1$ не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма 100 чисел тоже берется по модулю, так что все числа, которые вы выводите не должны превышать $p-1$.

Задача D. Все обратные по модулю [Мало памяти]

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	5 секунд
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Дано простое число p. Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до $p - 1$.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \leqslant p \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до $p-1$ требуется посчитать обратное по модулю p. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму обратных для первых 100 чисел по модулю p, потом для вторых 100 чисел по модулю p, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если $p - 1$ не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма 100 чисел тоже берется по модулю, так что все числа, которые вы выводите не должны превышать $p - 1$.

Задача E. Все обратные по модулю 2

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дано простое число p. Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до $p-1$.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \leqslant p \leqslant 10^9$).

Формат выходных данных

Так как n очень большое, выведите сумму обратных по модулю p ко всем числам от 1 до $p-1$, взятую по модулю p.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма чисел тоже берется по модулю, так что число, которое вы выводите не должно превышать $p-1$.

Задача F. Армия математиков

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

У вас есть n математиков. Пусть интеллектуальность i-го математика равна a_i. Для некоторого k назовём $i_1, i_2, \ldots, i_k$ сходкой математиков, если $i_1 < i_2 < i_3 < \ldots < i_k$ и $gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}) > 1$. Эффективность этой сходки равна $k \cdot gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k})$.

Найдите сумму эффективностей всех сходок математиков. Так как это число может быть очень большим, выведите его по модулю 1000000007 ($10^9 + 7$).

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 200000$) — количество математиков.

Вторая строка содержит n целых чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($1 \leqslant a_i \leqslant 1000000$) — интеллектуальности математиков.

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 3 1	12
4 2 3 4 6	39

Замечание

В первом примере сходки — $1, 2, 1, 2$, так что ответ $1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12$

Задача G. Чиселки

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны два числа n и k.

Определим q_i. Изначально есть число i. Вы можете изменять его двумя способами:

1. Умножить текущее число на какое-то простое $p \leqslant n$.
2. Разделить текущее число на какое-то простое $p \leqslant n$ (если делится).

q_i — количество различных чисел, которые можно получить, если вы можете выполнить эти операции в сумме не более k раз.

Найдите $\sum\limits_{i=1}^{n} i \cdot q_i$ по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n, k ($1 \leqslant n, k \leqslant 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1	23
4 2	82

Задача H. Странная функция

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дан массив из n целых чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, определим

$$f(l,r) = \gcd(a_l, a_{l+1}, ..., a_r) \cdot \left(\left(\sum_{i=l}^{r} a_i\right) - \max(a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r)\right).$$

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 50000$).

Вторая строка содержит n целых чисел $a_1, a_2, \ldots a_n$ ($-10^6 \leqslant a_i \leqslant 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите $\max\limits_{1 \leqslant l \leqslant r \leqslant n} f(l,r)$.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 10 4 5 6	15
5 7 12 24 6 5	144

Задача I. Чиселки и странные функции

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Есть функция $f(n)$, где $f(1) = 1$, а для $n \geqslant 2$, $f(n)$ равно количеству различных упорядоченных пар положительных целых чисел (x, y) таких, что $x + y = n$ и $gcd(x, y) = 1$. Число $gcd(a, b)$ равно наибольшему общему делителю a и b.

Есть функция $g(n) = \sum_{d|n} f(n/d)$. Суммирование проводится по всем положительным целым числам d, делящим n.

Определим $F_k(n)$ так:

$$F_k(n) = \begin{cases} f(g(n)) & \text{для } k = 1 \\ g(F_{k-1}(n)) & \text{для } k > 1 \text{ и } k \bmod 2 = 0 \\ f(F_{k-1}(n)) & \text{для } k > 1 \text{ и } k \bmod 2 = 1 \end{cases}$$

Найдите $F_k(n)$ по модулю 100000007.

Формат входных данных

В единственной строке находятся два целых числа n ($1 \leqslant n \leqslant 10^{12}$) и k ($1 \leqslant k \leqslant 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — значение $F_k(n)$ по модулю 100000007.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
7 1	6
10 2	4

Замечание

В первом примере есть 6 различных упорядоченных пар $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$ и $(6, 1)$, удовлетворяющих $x + y = 7$ и $gcd(x, y) = 1$. Поэтому $f(7) = 6$. В итоге, $F_1(7) = f(g(7)) = f(f(7) + f(1)) = f(6 + 1) = f(7) = 6$.

Задача J. Сумма попарных НОКов

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Дан массив A. Необходимо найти сумму попарных НОКов всех его элементов по модулю 998244353.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит одно целое положительное число n ($1 \leqslant n \leqslant 200\,000$) — количество элементов в массиве A.

Вторая строка входных данных содержит n целых положительных чисел A_i ($1 \leqslant A_i \leqslant 10^6$) — элементы массива A.

Формат выходных данных

Выведите одно число — сумму попарных НОКов всех элементов массива A по модулю 998244353.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2 3	11
8 12 6 1 2 12 3 8 4	313

Задача L. Кто не будет решать математику — пойдёт красить забор

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Миша не любит математику. Из-за этого он не смог решить сложную задачу на Всероссе, не стал призёром и не получил 300 000 руб. от Москвы. Чтобы хоть как-то сводить концы с концами Мише приходится подрабатывать, а именно — красить заборы.

Мише очень нравятся зебры, поэтому он пытается найти их везде где только можно. Миша должен покрасить забор на даче и ему выдали неограниченное количество белой и чёрной краски. Забор является последовательностью досок, некоторые из которых уже покрашены в белый или чёрный цвет, а остальные ещё нет. Менять цвета уже покрашенных досок запрещается, а для остальных Миша может выбрать цвета по своему усмотрению. В данной задаче забор представляется строкой, состоящей из символов «`0`», «`1`» и «`?`», означающих белую доску, чёрную доску и ещё не окрашенную доску соответственно.

Миша считает, что забор похож на зебру, если существуют целые числа a и b ($a > 0, b \geqslant 0$), такие что первые a досок забора являются белыми, следующие b досок являются чёрными, затем снова идут a белых досок, далее опять b чёрных и так далее, при этом последний блок может быть не полным. Например, заборы, описываемые строками «`01101`» ($a = 1, b = 2$), «`000`» ($b = 0$, a может быть любым целым положительным числом) и «`00110011`» ($a = 2, b = 2$) являются зебрами, а «`01001`» и «`101010`» — нет.

Помогите Мише раскрасить оставшиеся доски таким образом, чтобы забор являлся зеброй для каких-нибудь чисел a и b ($a > 0, b \geqslant 0$). Поскольку Миша мечтает покрасить в чёрный цвет всё что он видит, то если подходящих раскрасок забора несколько, выберите среди них ту, в которой как можно больше чёрных досок. Среди таких раскрасок разрешается выбрать любую.

Формат входных данных

Входные данные содержат единственную строку s ($1 \leqslant |s| \leqslant 300000$), состоящую из символов «`0`», «`1`» и «`?`».

Формат выходных данных

Если невозможно раскрасить ещё не покрашенные доски забора таким образом, чтобы он был похож на зебру, то выведите -1 в единственной строке выходных данных. В противном случае выведите какое-нибудь решение с максимальным возможным количеством чёрных досок. Решение выводите как строку из символов «`0`» и «`1`», означающих белую и чёрную доску соответственно.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
0?	01
0110?	01101
10?	-1
011011	011011
101	-1

Задача M. Функция Эйлера

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Красить забор — не очень. Вернёмся к математике.

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача N. Функция Эйлера [Мало памяти!]

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача O. Функция Эйлера [Мало времени!]

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1.9 секунд
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача P. Функция Эйлера [Мало времени и памяти!]

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2.1 секунд
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача R. k-суммы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Неизвестный массив состоит из n целых чисел. k-сумма этого массива получается разделением его на подотрезки длины k и суммированием чисел в каждом из подотрезков. Если n не делится на k нацело, то последний подотрезок содержит меньше чем k слагаемых. Другими словами, k-сумма — массив, который можно представить как $(x[1] + \ldots + x[k])$, $(x[k+1] + \ldots + x[2k])$ и так далее, где последняя сумма, содержащая $x[n]$, может состоять из менее чем k слагаемых. Например, 5-сумма массива из 13 элементов состоит трех сумм (сумма элементов 1-5, сумма элементов 6-10 и сумма элементов 11-13). Очевидно, что нельзя однозначно восстановить изначальный массив по одной его k-сумме, но это становится возможным, если известны несколько его k-сумм для разных k.

Для заданного n и множества $k_1, k_2, \ldots, k_m$, определите сколько элементов изначального массива можно было бы восстановить, если бы были известны все слагаемые каждой k-суммы. Не составляет труда показать, что количество восстановленных элементов не зависит от самих слагаемых.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два целых числа n и m — длина изначального массива и количество k-сумм ($1 \leqslant n \leqslant 10^9$, $1 \leqslant m \leqslant 10$).

Вторая строка содержит m различных целых чисел $k_1, k_2, \ldots, k_m$ ($1 \leqslant k_i \leqslant n$).

Формат выходных данных

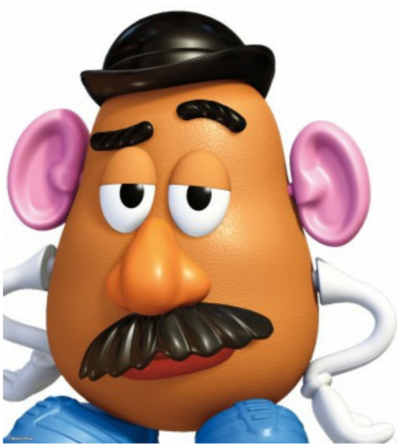
Выведите единственное целое число — количество элементов изначального массива, которые можно было бы однозначно восстановить, если были бы известны все слагаемые каждой k-суммы.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2	1
6 2 2 3	2
123456789 3 5 6 9	10973937

Задача S. Картошка

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт



Есть распространённый стереотип, что лучшая картошка растёт в Беларуси. Однако это величайшее заблуждением: на самом деле лучшая картошка растёт в Грузии. Все картофелины в Грузии пронумерованы натуральными числами от 1 до n. И каждый день каждая картофелина поливается m литрами лимонного сока. После созревания все n картофелин сваливаются в большой пакет и из-за непонятных никому законов грузинской физики в пакете остаются только те картофелины, номер которых является взаимно простым с числом m. Требуется узнать, сколько же картофелин останется в пакете.

Формат входных данных

В единственной строке входных данных даны 2 числа n и m ($1 \leqslant n, m \leqslant 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

Пример

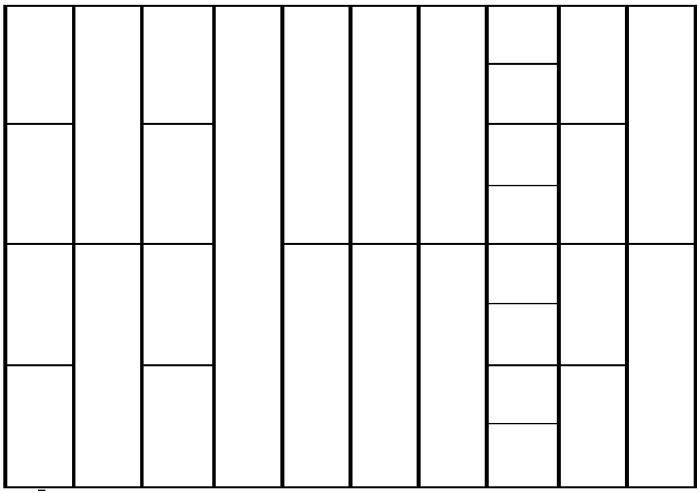
стандартный ввод	стандартный вывод
6 4	3

Задача T. Разрезание полосок

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	32 мегабайта

Дано n прямоугольников, ориентированных одинаково и расположенных в ряд слева-направо так, что их стороны примыкают друг к другу. (Смотрите иллюстрацию для более полного понимания.) Необходимо i-й из этих прямоугольников разрезать на a_i одинаковых частей, расположенных сверху-вниз. За одно действие можно сделать разрез на одном горизонтальном уровне сразу у нескольких *необязательно соседних* прямоугольников.

Рассмотрим пример, когда $n = 10$ и $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ равны $4, 2, 4, 1, 2, 2, 2, 8, 4, 2$, соответственно. Вид прямоугольников после всех требуемых разрезаний изображён ниже. Ясно, что минимальное количество действий, за которые можно добиться такого вида, равно 7.



Рассмотрим пример, когда $n = 3$ и a_1, a_2, a_3 равны $3, 4, 6$, соответственно. В таком случае требовалось бы 7 действий.

Требуется выяснить минимальное количество действий, чтобы сделать все необходимые разрезы.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит одно целое число n $(1 \leqslant n \leqslant 100\,000)$ — количество вертикальных разрезов.

В следующих $n + 1$ строках содержится по одному целому числу a_i $(1 \leqslant a_i \leqslant 100\,000)$ — необходимое количество частей внутри i-й вертикальной части.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 5	5
2 3 7 14	15
9 4 2 4 1 2 2 2 8 4 2	7

Задача U. Темная Башня

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Поезд Блейн Моно, оснащенный давшим сбой искусственным интеллектом, грозит покончить с вами. Но путь к спасению есть: необходимо всего лишь правильно отвечать на некоторые его вопросы. Сначала он назвал вам последовательность из n натуральных чисел. После это у него есть q последовательных требований к вам. Каждое из требований бывает одного из двух видов:

1. Заменить i-е число последовательности на x.
2. Для отрезка $[l; r]$ посчитать количество его подотрезков таких, что найдется некоторое натуральное число, большее единицы, являющееся делителем каждого числа из этого подотрезка.

Спасите себя от гибели, верно выполнив все его требования!

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n и q ($1 \leqslant n, q \leqslant 10^5$) — число элементов последовательности и количество требований.

В следующей строке содержатся n целых чисел a_i ($1 \leqslant a_i \leqslant 10^9$) — последовательность, данная вам изначально.

Следующие q строк содержат описание требований Блейна Моно. Каждая из этих строк содержит несколько целых чисел. Первое из этих чисел обозначает вид требования. Если первое число равно 1, то это требование первого вида, и следующие два числа на этой строке обозначают i и x ($1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant x \leqslant 10^9$), описание которых дано выше. Если первое число равно 2, то это требование второго вида, и следующие два числа на этой строке обозначают l и r ($1 \leqslant l \leqslant r \leqslant n$), описание которых также дано выше.

Формат выходных данных

Выведите для каждого требования второго вида подсчитанное вами количество.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 1 8 4 3 9 1 2 2 5	4
5 3 2 3 6 4 1 2 1 4 1 3 1 2 3 5	6 1
4 3 2 2 2 2 2 1 4 1 2 3 2 1 4	10 5

Замечание

В первом примере требование содержит последовательность чисел $(4, 3, 9, 1)$. В нём подотрезками, для которых выполняется описанное свойство, являются $([4], 3, 9, 1)$, $(4, [3], 9, 1)$, $(4, 3, [9], 1)$, $(4, [3, 9], 1)$ (здесь сами подотрезки взяты в квадратные скобки).