

Задача 1. Придумайте дек, с поддержкой минимума элементов в нем, в котором все операции работают за $O(1)$.

Задача 2. а) Предложите алгоритм построения декартова дерева по **отсортированному массиву** за $O(n)$.

б) Почему вряд ли получится построить такой алгоритм для неотсортированного массива?

Задача 3. Дан массив размера n , элементы которого не превосходят C по модулю. Требуется за $O(\log n + \log C)$ отвечать на 2 типа запросов:

- Прибавить на отрезке
- Найди НОД на отрезке

Задача 4. Дано n отсортированных массивов суммарной длины m . Требуется сделать $O(m)$ предподсчёта, после чего за $O(k + \log m)$ отвечать на запрос `lower_bound` на k подряд идущих массивах.

Задача 5. Дан квадрат с крайними точками в $(0; 0)$ и в $(C; C)$, а также даны n точек внутри него. Найти максимальный подквадрат, находящийся внутри этого квадрата, в котором не лежит ни одна из данных точек.

- $O(n \log n \log C)$;
- $O(n \log n)$.

Задача 6. Дан массив a длины n , числа целые и по модулю не превосходят C . Ответить в онлайн на q запросов вида «найти подотрезок отрезка $[l; r]$ с максимальным значением произведения суммы чисел на нем и побитового ИЛИ модулей чисел на нем».

- $O(n \log n \log C + q \log n \log^2 C)$.
- $O(n \log n + n \log C + q \log^2 C)$.

Задача 7. Дано 2 массива из n целых чисел и число k . За одну операцию «ксоринга» можно взять любой отрезок первого массива длины k и проксорить все элементы этого отрезка с любым числом x . Требуется за $O(\log n)$ отвечать на 2 типа запросов:

1. Посчитать минимальное число операций ксоринга, за которые можно сделать первый массив равным второму, или сказать, что это невозможно.
2. Изменить значение какого-то элемента второго массива.

Задача 8. Дана плоскость размера $n \times n$. Надо в онлайн отвечать на 2 типа запросов:

1. Прибавить число на прямоугольнике за $O(\log^2 n)$.
2. Посчитать сумму на прямоугольнике за $O(\log^2 n)$.

Задача 9. Дан массив размера n , где у каждого элемента есть свой цвет. За одну операцию покраски можно перекрасить все элементы какого-то одного цвета в любой другой. Требуется за $O(\log n)$ отвечать на 2 запроса:

1. Посчитать минимальное число операций покраски, за которые можно сделать так, чтобы элементы каждого цвета шли подряд (при этом в реальности никакие элементы не перекрашиваются, то есть запросы независимы друг от друга)
2. Изменить цвет элемента

Задача 10. Дано n карт. У каждой карты есть 3 характеристики x_i, y_i, z_i . Карта a считается сильнее карты b , если карта a превосходит карту b хотя-бы в 2 характеристиках из трёх. Требуется посчитать число карт, которые сильнее каждой карты в наборе, и их характеристики не превышают C . Асимптотика: $O(n \log n)$.

Задача 11. Дан массив из n целых чисел. Требуется в онлайн за $O(\log^2 n)$ отвечать на 2 типа запросов:

- Прибавить на отрезке.
- Найти длину НВП на отрезке.

Требуется делать это:

- а. С любым количеством дополнительной памяти.
- б. С $O(n)$ дополнительной памяти.

Задача 12. Дано n отрезков $[l_i, r_i]$. Требуется посчитать число отрезков $[L, R]$, таких что для каждого отрезка (l_i, r_i) их пересечение либо пустое, либо имеет нечётную длину. Асимптотика: $O(n \log n)$.

Задача 13. n человек читают один блог на КФе. У каждого человека в голове есть рейтинг этого блога, равный a_i . Если человек при просмотре блога видит, что рейтинг у блога меньше a_i , то он ставит лайк, тем самым увеличивая рейтинг на 1. Если у блога рейтинг больше a_i , то человек ставит дизлайк и уменьшает рейтинг на 1. Иначе, если рейтинг блога равен a_i , то человек не делает ничего. Требуется за $O(n \log n)$ для каждого префикса людей понять, какой максимальный рейтинг можно накрутить блогу, если переставить людей на этом префиксе в оптимальном порядке.

Задача 14. Требуется за $O(n \log n)$ ответить на n запросов поиска двух чисел с минимальной разностью на отрезке массива длины n .

Задача 15. Требуется за $O(n \log n)$ ответить на n запросов поиска МЕХ на отрезке массива длины n .

Задача 16. Дан массив размера n . Требуется за $O(\log^2 n)$ отвечать на 2 типа запросов:

- Изменение в точке
- МЕХ на подотрезке