Задача A. Диофантово уравнение

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны натуральные числа a, b и c. Решите в целых числах уравнение $ax+by=c$. Среди множества решений следует выбрать такое, где x имеет наименьшее неотрицательное значение.

Формат входных данных

Первая строка содержит три целых числа a и b и c ($1 \leqslant a, b, c \leqslant 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите искомые x и y через пробел. Если решения не существует, выведите одну строку «`Impossible`».

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 3	1 1
10 6 8	2 -2

Задача B. Армия математиков

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

У вас есть n математиков. Пусть интеллектуальность i-го математика равна a_i. Для некоторого k назовём $i_1, i_2, \ldots, i_k$ сходкой математиков, если $i_1 < i_2 < i_3 < \ldots < i_k$ и $gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}) > 1$. Эффективность этой сходки равна $k \cdot gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k})$.

Найдите сумму эффективностей всех сходок математиков. Так как это число может быть очень большим, выведите его по модулю 1000000007 ($10^9 + 7$).

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 200000$) — количество математиков.

Вторая строка содержит n целых чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($1 \leqslant a_i \leqslant 1000000$) — интеллектуальности математиков.

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 3 1	12
4 2 3 4 6	39

Замечание

В первом примере сходки — $1, 2, 1, 2$, так что ответ $1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12$

Задача C. Чиселки

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны два числа n и k.

Определим q_i. Изначально есть число i. Вы можете изменять его двумя способами:

1. Умножить текущее число на какое-то простое $p \leqslant n$.

2. Разделить текущее число на какое-то простое $p \leqslant n$ (если делится).

q_i — количество различных чисел, которые можно получить, если вы можете выполнить эти операции в сумме не более k раз.

Найдите $\sum\limits_{i=1}^{n} i \cdot q_i$ по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n, k ($1 \leqslant n, k \leqslant 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1	23
4 2	82

Задача D. Странная функция

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дан массив из n целых чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, определим

$$f(l, r) = \gcd(a_l, a_{l+1}, ..., a_r) \cdot \left(\left(\sum_{i=l}^{r} a_i \right) - \max(a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r) \right).$$

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 50000$).

Вторая строка содержит n целых чисел $a_1, a_2, \ldots a_n$ ($-10^6 \leqslant a_i \leqslant 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите $\max\limits_{1 \leqslant l \leqslant r \leqslant n} f(l, r)$.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 10 4 5 6	15
5 7 12 24 6 5	144

Задача E. Чиселки и странные функции

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Есть функция $f(n)$, где $f(1) = 1$, а для $n \leqslant 2$, $f(n)$ равно количеству различных упорядоченных пар положительных целых чисел (x, y) таких, что $x + y = n$ и $gcd(x, y) = 1$. Число $gcd(a, b)$ равно наибольшему общему делителю a и b.

Есть функция $g(n) = \sum_{d|n} f(n/d)$. Суммирование проводится по всем положительным целым числам d, делящим n.

Определим $F_k(n)$ так:

$$F_k(n) = \begin{cases} f(g(n)) & \text{для } k = 1 \\ g(F_{k-1}(n)) & \text{для } k > 1 \text{ и } k \bmod 2 = 0 \\ f(F_{k-1}(n)) & \text{для } k > 1 \text{ и } k \bmod 2 = 1 \end{cases}$$

Найдите $F_k(n)$ по модулю 100000007.

Формат входных данных

В единственной строке находятся два целых числа n $(1 \leqslant n \leqslant 10^{12})$ и k $(1 \leqslant k \leqslant 10^{12})$.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — значение $F_k(n)$ по модулю 100000007.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
7 1	6
10 2	4

Замечание

В первом примере есть 6 различных упорядоченных пар $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$ и $(6, 1)$, удовлетворяющих $x + y = 7$ и $gcd(x, y) = 1$. Поэтому $f(7) = 6$. В итоге, $F_1(7) = f(g(7)) = f(f(7) + f(1)) = f(6 + 1) = f(7) = 6$.

Задача F. Кто не будет решать математику — пойдёт красить забор

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Миша не любит математику. Из-за этого он не смог решить сложную задачу на Всероссе, не стал призёром и не получил 150000 руб. от Москвы. Чтобы хоть как-то сводить концы с концами Мише приходится подрабатывать, а именно — красить заборы.

Мише очень нравятся зебры, поэтому он пытается найти их везде где только можно. Миша должен покрасить забор на даче и ему выдали неограниченное количество белой и чёрной краски. Забор является последовательностью досок, некоторые из которых уже покрашены в белый или чёрный цвет, а остальные ещё нет. Менять цвета уже покрашенных досок запрещается, а для остальных Миша может выбрать цвета по своему усмотрению. В данной задаче забор представляется строкой, состоящей из символов «`0`», «`1`» и «`?`», означающих белую доску, чёрную доску и ещё не окрашенную доску соответственно.

Миша считает, что забор похож на зебру, если существуют целые числа a и b ($a > 0, b \geqslant 0$), такие что первые a досок забора являются белыми, следующие b досок являются чёрными, затем снова идут a белых досок, далее опять b чёрных и так далее, при этом последний блок может быть не полным. Например, заборы, описываемые строками «`01101`» ($a = 1, b = 2$), «`000`» ($b = 0$, a может быть любым целым положительным числом) и «`00110011`» ($a = 2, b = 2$) являются зебрами, а «`01001`» и «`101010`» — нет.

Помогите Мише раскрасить оставшиеся доски таким образом, чтобы забор являлся зеброй для каких-нибудь чисел a и b ($a > 0, b \geqslant 0$). Поскольку Миша мечтает покрасить в чёрный цвет всё что он видит, то если подходящих раскрасок забора несколько, выберите среди них ту, в которой как можно больше чёрных досок. Среди таких раскрасок разрешается выбрать любую.

Формат входных данных

Входные данные содержат единственную строку s ($1 \leqslant |s| \leqslant 300000$), состоящую из символов «`0`», «`1`» и «`?`».

Формат выходных данных

Если невозможно раскрасить ещё не покрашенные доски забора таким образом, чтобы он был похож на зебру, то выведите -1 в единственной строке выходных данных. В противном случае выведите какое-нибудь решение с максимальным возможным количеством чёрных досок. Решение выводите как строку из символов «`0`» и «`1`», означающих белую и чёрную доску соответственно.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
`0?`	`01`
`0110?`	`01101`
`10?`	`-1`
`011011`	`011011`
`101`	`-1`

Задача G. Функция Эйлера

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Красить забор — не очень. Вернёмся к математике.

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача H. Функция Эйлера [Мало памяти!]

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	450 мегабайт

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача I. Функция Эйлера [Мало времени!]

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1.05 секунд
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача J. Функция Эйлера [Мало времени и памяти!]

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1.6 секунд
Ограничение по памяти:	450 мегабайт

Как насчет позагонять?

Формат входных данных

Дано число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

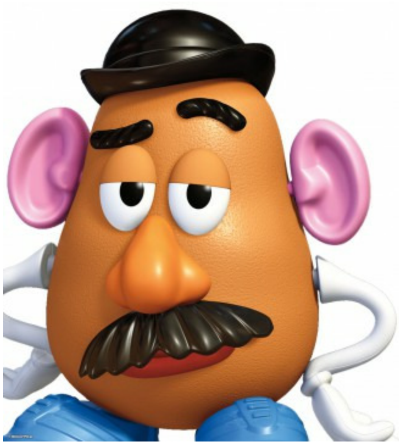
стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно $1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4$, что в сумме даёт 32.

Задача K. Картошка

Имя входного файла: `стандартный ввод`
Имя выходного файла: `стандартный вывод`
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт



Есть распространённый стереотип, что лучшая картошка растёт в Беларуси. Однако это величайшее заблуждением: на самом деле лучшая картошка растёт в Грузии. Все картофелины в Грузии пронумерованы натуральными числами от 1 до n. И каждый день каждая картофелина поливается m литрами лимонного сока. После созревания все n картофелин сваливаются в большой пакет и из-за непонятных никому законов грузинской физики в пакете остаются только те картофелины, номер которых является взаимно простым с числом m. Требуется узнать, сколько же картофелин останется в пакете.

Формат входных данных

В единственной строке входных данных даны 2 числа n и m ($1 \leqslant n, m \leqslant 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
6 4	3

Задача L. k-суммы

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Неизвестный массив состоит из n целых чисел. k-сумма этого массива получается разделением его на подотрезки длины k и суммированием чисел в каждом из подотрезков. Если n не делится на k нацело, то последний подотрезок содержит меньше чем k слагаемых. Другими словами, k-сумма — массив, который можно представить как $(x[1] + \ldots + x[k])$, $(x[k+1] + \ldots + x[2k])$ и так далее, где последняя сумма, содержащая $x[n]$, может состоять из менее чем k слагаемых. Например, 5-сумма массива из 13 элементов состоит трех сумм (сумма элементов 1-5, сумма элементов 6-10 и сумма элементов 11-13). Очевидно, что нельзя однозначно восстановить изначальный массив по одной его k-сумме, но это становится возможным, если известны несколько его k-сумм для разных k.

Для заданного n и множества $k_1, k_2, \ldots, k_m$, определите сколько элементов изначального массива можно было бы восстановить, если бы были известны все слагаемые каждой k-суммы. Не составляет труда показать, что количество восстановленных элементов не зависит от самих слагаемых.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два целых числа n и m — длина изначального массива и количество k-сумм ($1 \leqslant n \leqslant 10^9$, $1 \leqslant m \leqslant 10$).

Вторая строка содержит m различных целых чисел $k_1, k_2, \ldots, k_m$ ($1 \leqslant k_i \leqslant n$).

Формат выходных данных

Выведите единственное целое число — количество элементов изначального массива, которые можно было бы однозначно восстановить, если были бы известны все слагаемые каждой k-суммы.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2	1
6 2 2 3	2
123456789 3 5 6 9	10973937

Задача M. Очередь в столовой

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Главный распорядитель столовой Галактической Школы Добра Иннокентий очень любит порядок. Но каждый день на Очень Большой Перемене, когда ученики направляются на обед, в его владениях воцаряется хаос.

Начинается всё вполне безобидно — двое самых проворных школьников встают в очередь. Далее очередь расширяется в k этапов. На i-м этапе ($1 \leqslant i \leqslant k$) в каждый промежуток между соседними школьниками, уже стоящими в очереди, вклинивается по a_i человек. Например, в случае $k = 2$, $a_1 = 3$, $a_2 = 1$ после первого этапа расширения в очереди оказывается 5 человек, а после второго — 9.

Несмотря на название учебного заведения, такие метаморфозы очереди не проходят без ссор и потасовок. Уставший от бардака Иннокентий твёрдо решил бороться с этим безобразием. Для того чтобы железной рукой наводить порядок, он хочет научиться выяснять, как происходил процесс расширения очереди, зная только итоговое число n учеников в ней. Понимая, что по n процесс не восстанавливается однозначно, Иннокентий хочет найти максимально возможное число этапов расширения очереди k, а также соответствующий ему набор чисел a_i ($1 \leqslant i \leqslant k$), обозначающих количества школьников, которые вклинивались между каждыми двумя соседями в очереди на каждом из этих этапов.

Количество воспитанников Школы, которые могут прийти в столовую, поистине огромно, поэтому за помощью в этом нелёгком деле Иннокентий обратился к вам.

Формат входных данных

На вход программе подаётся одно целое число n ($3 \leqslant n \leqslant 2^{64} - 1$) — итоговое число учеников в очереди.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно целое положительное число k — максимальное количество этапов расширения очереди. Во второй строке выведите через пробел k целых положительных чисел a_i ($1 \leqslant i \leqslant k$). В случае, если удовлетворяющих условию последовательностей a_i максимальной длины несколько, выведите любую из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4	1 2
9	3 1 1 1

Замечание

В первом примере, очевидно, есть только одна возможность — на первом шаге вклинивается два школьника.

Во втором примере процесс определён неоднозначно: один вариант развития событий с $k = 2$ приведён в условии, однако максимально возможное число этапов расширения очереди равно трём.

Система оценки

Тесты к этой задаче состоят из семи групп. Баллы за каждую группу ставятся только при прохождении всех тестов группы и всех тестов **предыдущих** групп.

Группа	Тесты	Баллы	Дополнительные ограничения	Комментарий
			n	
0	1 – 2	0	–	Тесты из условия.
1	3 – 18	10	$n \leqslant 20$	
2	19 – 33	15	$n \leqslant 100$	
3	34 – 47	15	$n \leqslant 10\,000$	
4	48 – 60	20	$n \leqslant 10^6$	
5	61 – 81	20	$n \leqslant 10^{12}$	
6	82 – 100	20	$n \leqslant 2^{64} - 1$	