

# План занятий

Тинькофф Алгоритмы. 3 курс

## 1 15 сентября 2018. Теория чисел.

1. Бинарный алгоритм Евклида. Соотношение Безу. Расширенный алгоритм Евклида. Поиск обратного по модулю расширенным алгоритмом Евклида.
2. Оценка количества делителей. Гармонический ряд. Оценка суммарного количества делителей всех чисел от 1 до  $n$ .
3. Мультипликативность теоретико-числовых функций.
4. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Поиск обратного по простому модулю быстрым возведением в степень.

## 2 22 сентября 2018. Разные оптимизации.

1. Сумма в подмножестве за  $O(2^n)$ .
2. Гамильтонов путь за  $O(2^n \cdot n)$  битовым сжатием.
3.  $k$ -мерные префиксные суммы.
4. Сумма по всем подмножествам за  $O(2^n \cdot n)$ .
5. Рюкзак за  $O(nS/bitset)$ ,  $O(S \cdot \sqrt{S})$ ,  $O(S \cdot \sqrt{S}/bitset)$ .
6. Meet-in-the-middle. Поиск максимальной клики за  $O(2^{n/2})$ .
7. Разделяй-и-властвуй в динамическом программировании.
8. Convex hull trick. СНТ в дереве отрезков.
9. Дерево Ли-Чао.
10. Лямбда-оптимизация.

## 3 29 сентября 2018. Центроиды и переливания.

1. Центроиды дерева. Построение центроидной декомпозиции.
2. Количество путей фиксированной длины в дереве. Минимум на пути в дереве за  $O(1)$ . Задача о поиске ближайшей покрашенной вершины в дереве с запросами покраски.
3. Переливания в дереве. Задача: запросы количества вершин цвета  $c$  в поддереве вершины  $v$ . Переливания за глубину поддерева.

#### **4 6 октября 2018. Фарах-Колтон и Бендер, Heavy-light декомпозиция.**

1. Sparse table: построение за  $O(n \cdot \log(\log n))$  и запрос за  $O(1)$ . Sparse table: построение за  $O(n \log^* n)$  и  $O(\log^* n)$  на запрос.
2. Сведение LCA к RMQ $\pm 1$ .
3. Алгоритм Фараха-Колтона и Бендера: RMQ $\pm 1$ .
4. Сведение минимума к LCA путём построения декартова дерева по массиву.
5. Disjoint sparse table.
6. Heavy-light декомпозиция. Идея и построение. Минимум на пути с изменением. Объединение эйлерова обхода и HLD. Кеширование префиксов.

#### **5 13 октября 2018. Ladder decomposition и блиц-тур.**

1. Задача level ancestor и её решение: построение за  $O(n \log n)$ , ответ на запрос за  $O(1)$ .
2. Блиц-тур с 10 задачами на несложные, но широко распространённые алгоритмы.

#### **6 20 октября 2018. Теория игр.**

1. Теория Шпрага-Гранди
2. Ретро-анализ
3. Альфа-бета отсечение

#### **7 27 октября 2018. Быстрое преобразование Фурье и быстрая арифметика.**

1. Введение в комплексные числа
2. Быстрое преобразование Фурье
3. Теоретико-числовое преобразование
4. Быстрое деление и быстрое извлечение корня.

#### **8 3 ноября 2018. Корневые оптимизации.**

1. Нахождение делителей, факторизация.
2. Нахождение числа треугольников в графе.
3. Корневые по запросам.
4. Split-rebuild и split-merge подходы к корневым на массиве.
5. Алгоритм Мо. Корневая как структура данных для алгоритма Мо ( $O(\log n) \rightarrow O(1)$  на движение указателя).

## **9 10 ноября 2018. Продвинутые структуры.**

1. Сканлайн.
2. Дерево Фенвика.
3. Невное дерево отрезков.
4. Двумерное дерево отрезков.
5. Дерево отрезков, построенное на других структурах.
6. Персистентность. Персистентный стек, ДО, ДД.
7. Задачи, использующие эти структуры.

## **10 17 ноября 2018. Ахо-Корасик, суффиксный массив.**

1. Полиномиальные хэши. Хэши мультимножеств. Проверка на изоморфизм корневых деревьев (классы эквивалентности + бор).
2. Префикс функция.
3. Z-функция.
4. Алгоритм Манакера.
5. Ахо-Корасик.
6. Суффиксный массив.
7. Алгоритм пяти корейцев.

## **11 24 ноября 2018. Суффиксный автомат.**

1. Автомат. Определение, основные понятия.
2. Суффиксный автомат. Алгоритм построения.
3. Использование для поиска числа подстрок и рефрена.
4. Расширение для нескольких строк.
5. Применения.

## **12 1 декабря 2018. Задачи на тестирование и блиц-тур.**

1. Написание стресс-тестов на практике.
2. Блиц-тур.

## **13 8 декабря 2018. DFS.**

1. Мосты и точки сочленения.
2. Компоненты сильной связности.
3. Задача 2-SAT.
4. Эйлеровы пути и циклы.
5. Двудольные графы. Проверка на двудольность.
6. Алгоритм Куна.

7. Минимальное вершинное покрытие и максимальное независимое множество в двудольном графе.
8. Разбиение DAG на пути. Поиск размера максимальной антицепи в ЧУМ.
9. Приближенный потоковый алгоритм поиска количества различных чисел. Поиск вершины в DAG, из которой достижимо как можно больше вершин.

**14 15 декабря 2018. Теоретический зачёт.**