Памятка по основным необходимым определениям комбинаторных вероятностей.

Обратите внимание, что большинство приведённых ниже определний справедливы **только** для случая конечного множества элементарных исходов, хотя и сохраняют свой смысл при обобщении. Особенно будьте осторожны с определениями, касающимися **случайных величин**.

1. Вероятностное пространство для случая **конечного** множества элементарных исходов это тройка $(\Omega, 2^\Omega, \mathbb{P})$, где:

   - Ω — множество элементарных исходов. Элементарные исходы обозначаются как $w \in \Omega$;
   - 2^Ω — множество событий, каждое событие является подмножеством множества элементарных исходов. Например: $A \in 2^\Omega, A \subset \Omega$.
   - $\mathbb{P}$ — вероятности событий. Вероятность является числом от 0 до 1. В рассматриваемом нами случае вероятность события определяется как сумма вероятностей составляющих его элементарных исходов: $P(A) = \sum_{w \in A} P(\{w\})$.

2. Если $P(A) = 0$, то событие A называют невозможным.

3. Если $P(A) = 1$, то событие A называют достоверным.

4. События A и B называют независимыми, если вероятность того, что событие B произойдёт не меняется от того, что произошло событие A. Формальнее, будем называть A и B независимыми $(P(A) > 0, P(B) > 0$, если $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

5. Если $P(A) > 0$ и $P(B) > 0$, но $P(A \cap B) = 0$, то события A и B называются несовместными.

6. События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются попарно независимыми, если любые два из них являются независимыми.

7. События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются независымыми в совокупности, если для любого набора из этих событий $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_k}$ верно $P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdot P(A_{i_2}) \cdot \ldots \cdot P(A_{i_k})$.

8. Вероятность наступления A при условии наступления B записывается как $P(A|B)$. Если $P(B) > 0$, то справедливо $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

9. События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются полной группой событий, если любой элементарный исход принадлежит **ровно** одному из них.

10. Пусть события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ образуют полную группу, тогда имеет место: $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i) \cdot P(A_i)$.

11. Случайная величина ξ есть вещественнозначная функция элементарного исхода, то есть $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$.

12. Две случайные величины ξ и ψ независимы, если для любых $c, d \in \mathbb{R}$ верно, что события $A = \xi(\Omega) = c$ и $B = \psi(\Omega) = d$ независимы.

13. Математическим ожиданием случайной величины называется её средневзвешенное значение $E\xi = \sum_{w \in \Omega} \xi(w) \cdot P(w)$.

14. Индикаторной случайной величиной называется случайная величина I_A, которая принимает значение 1 при наступлении события A и значение 0 в противном случае. Справедливо $EI_A = P(A)$.

15. Линейность математического ожидания. Математической ожидание линейной комбинации случайных величин равно соответствующей линейной комбинации их матожиданий, при этом неважно, выполненяется ли условие независимости. $E(\alpha\xi + \beta\psi) = \alpha E\xi + \beta E\psi$.

16. Математическое ожидание произвдения **независимых** случайных величин равно произведению математический ожиданий, то есть $E(\xi \cdot \psi) = E\xi \cdot E\psi$.

17. Дисперсией случайной величины называется среднеквадратичное её отклонение от математического ожидания, или $D\xi = E(\xi - E\xi)^2$.

18. Для оценки вероятности отклонения неотрицательной случайной величины от математического ожидания используют неравенство Маркова:

$$P(\xi \geq a) \leq \frac{E\xi}{a}$$

.

19. И Чебышёва (требование неотрицательности не накладывается):

$$P(|\xi - E\xi| \geq a) \leq \frac{D\xi}{a^2}$$

.